

# Prostorni model i čvrstoća uzorka očvrsllog betona

Petar Krstulović

## Ključne riječi

očvrslji beton,  
uzorak,  
čvrstoća uzorka,  
prostorni model,  
model cementnog kamena,  
empirijska formula

## Key words

hardened concrete,  
sample,  
sample strength,  
space model,  
cement stone model,  
empiric formula

## Mots clés

béton durci,  
éprouvette,  
résistance de l'éprouvette,  
modèle dans l'espace,  
modèle de pierre de  
ciment,  
formule empirique

## Schlüsselworte:

Hartbeton,  
Probe,  
Probefestigkeit,  
räumliches Modell,  
Modell des Zementsteins,  
empirische Formel

P. Krstulović

Izvorni znanstveni rad

## Prostorni model i čvrstoća uzorka očvrsllog betona

Opisan je prostorni model uzorka očvrsllog betona polazeći od poznate teorije, eksperimentalnih podataka i prostornog modela uzorka svježeg betona. Izračunavaju se vrijednosti parametara pri normalnoj i nepotpunoj hidrataciji cementa. Na temelju rezultata ispitivanja betona različitih sastava, definiraju se dva područja različitog ponašanja uzoraka. Za svako područje izvodi se empirijska formula koja određuje vezu parametara prostornih modela uzoraka i tlačna čvrstoća.

P. Krstulović

Original scientific paper

## Space model and strength of a hardened concrete sample

The space model of a hardened concrete sample is described based on the known theory, experimental data and space model of the fresh concrete sample. Values of parameters at normal and incomplete hydration of cement are calculated. Two areas of different sample behavior are defined according to results obtained by testing concrete types of different composition. An empirical formula defining relationship between parameters of space models of samples and compression strength, is derived for each area.

P. Krstulović

Ouvrage scientifique original

## Modèle dans l'espace et résistance de l'éprouvette de béton durci

L'article décrit le modèle dans l'espace d'une éprouvette de béton durci, à partir d'une théorie connue, des données expérimentales et du modèle dans l'espace d'une éprouvette de béton frais. On calcule les valeurs des paramètres pour l'hydratation normale et incomplète du ciment. Les résultats des essais du béton de compositions différentes ont permis de définir deux plages de comportement différent des éprouvettes. Pour chaque plage une formule empirique a été établie, qui définit la relation entre les paramètres des modèles dans l'espace des éprouvettes et la résistance à la compression.

P. Krstulović

Wissenschaftlicher Originalbeitrag

## Räumliches Modell und Festigkeit der Hartbetonprobe

Beschrieben ist ein räumliches Modell der Hartbetonprobe, ausgehend von bekannter Theorie, experimentalen Daten und räumlichem Modell der Frischbetonprobe. Berechnet werden Parameterwerte bei normaler und unvollständiger Zementhydratation. Auf Grund der Untersuchungsergebnisse von Beton verschiedener Zusammensetzung definiert man zwei Bereiche verschiedener Benehmen der Proben. Für jeden Bereich ist eine empirische Formel angeführt welche die Beziehung zwischen den Parametern der räumlichen Modelle und der Druckfestigkeit der Proben bestimmt.

Autor: Prof. dr. sc. **Petar Krstulović**, dipl. ing. građ., Građevinski fakultet Sveučilišta u Splitu, Matice hrvatske 15

## 1 Uvod

Odavno postoji težnja da se veza između sastava betona i njegovih svojstava u svježem i očvrslom stanju prikaže jednostavnom formulom. Glavni problem koji se pritom javlja jest preveliki broj parametara kojima se definira sastav svježeg betona i utjecaj svojstava njegovih komponenata. Istraživanja su pokazala da se sastav svježeg betona može najjednostavnije i najpreciznije definirati prostornim modelom uzorka svježeg betona [1]. Parametri modela su sljedeći:

$v_a$  - volumna koncentracija agregata

$v_c$  - volumna koncentracija veziva

$v_w$  - volumna koncentracija vode

$v_z$  - volumna koncentracija zraka

$v_w + v_z = u$

Ujedno je pokazano da broj parametara ne može biti manji od tri. Budući da postoji veza među navedenim parametrima u obliku

$v_a + v_c + u = 1$ ,

broj parametara sastava uzorka svježeg betona kojima se definira veza s fizikalnim svojstvima uzorka smanjuje se praktički na dva.

Takvo prikazivanje ima samo geometrijska svojstva uzorka i ne obuhvaća utjecaj fizikalnih i kemijskih svojstava pojedinih komponenata betona. Zbog toga se stvarna fizikalna svojstva uzorka svježeg betona odabranog sastava mogu odrediti samo eksperimentalno.

Empirijske formule koje su predložili razni autori mogu poslužiti samo kao polazna osnova pri odabiranju podataka za prvi pokus. Međutim, dobivena formula nije jedini rezultat jednog istraživanja. Važniji rezultat su spoznaje o svim faktorima koji utječu na vrijednosti konstanta i ostalih parametara formule. Te spoznaje trebaju biti važan putokaz pri eksperimentalnom određivanju optimalnog sastava betona.

Jedno od najvažnijih fizikalnih svojstava betona jest njegova tlačna čvrstoća. Iz brojne literature proizlazi da je jedna od najprikladnijih matematičkih funkcija za definiranje veze tlačne čvrstoće i sastava betona eksponentijalna funkcija, te parabola oblika  $y = C x^N$  koja je primijenjena za definiranje čvrstoće cementnog kamena [2]. Izborom odgovarajućih vrijednosti konstanta, ove funkcije imaju velike mogućnosti prilagođavanja eksperimentalnim podacima. Neke druge funkcije, primjerice logaritamska, manje su prikladne.

Već početkom ovog stoljeća Abrams je predložio empirijsku formulu za približno prognoziranje tlačne čvrstoće betona.

$$f_c = \frac{A}{B^{W/C}},$$

gdje su  $A$  i  $B$  konstante, a  $W/C$  vodocementni omjer.

Nakon toga mnogi autori predložili su potpuno nove izraze ili poboljšanja Abramsove formule. Jedna od najnovijih je formula Popovicsa [4] koja glasi:

$$f_c = \frac{A}{B^{W/C+0,000637c+0,0279a}},$$

gdje je:

$c$  - sadržaj cementa u  $\text{kg/m}^3$

$a$  - sadržaj zraka u %.

Popovics je ustvrdio da s povećanjem sadržaja cementa u betonu  $W/C$  utječe drukčije na čvrstoću, što je obuhvatio drugim pribrojnikom u eksponentu. Treći pribrojnik daje smanjenje čvrstoće zbog sadržaja uvučenog i zarobljenog zraka u betonu.

Ova formula ne sadrži parametar koji definira utjecaj agregata na čvrstoću betona. Dio tog utjecaja sadržan je u drugom pribrojniku u eksponentu, jer vrijednost 0,000637 indirektno izražava utjecaj omjera miješanja cementa i agregata. Ovaj i svi drugi utjecaji svojstava komponenata sadržani su u vrijednostima konstanta  $A$  i  $B$  koje su drukčije za svaku vrstu agregata i cementa. Autor je naveo numeričke vrijednosti konstanta za komponente betona upotrijebljene u svom istraživanju. Za drukčije komponente, vrijednosti konstanta treba utvrditi eksperimentalno.

Glavni nedostatak izražavanja čvrstoće betona na temelju sastava svježeg betona jest u tome što su posljedice kemijskih procesa pri očvršćavanju preskočene. Dakle, previše utjecaja, uključivši i kemijske procese, izraženo je preko konstanta  $A$  i  $B$ , a premalo ih je sadržano u nezavisnoj varijabli koja je u ovom slučaju eksponent formule.

Osnovna pretpostavka ovog istraživanja je da se taj nedostatak može znatno smanjiti ako se oblik i parametri formule izvedu direktno iz sastava očvrsllog betona, za što postoje dovoljne teorijske osnove.

Pri očvršćavanju betona, struktura agregatnog skeleta, odnosno volumna koncentracija agregata, ostaje nepromijenjena. Pasta prelazi u cementni kamen praktički jednake volumne koncentracije. Međutim, struktura cementnog kamena bitno je drukčija.

## 2 Model strukture cementnog kamena

Hidratacijom cementa nastaju hidrati u obliku igličastih kristala koji se međusobno isprepleću i deformiraju, te na kraju tvore relativno homogenu masu karakteristične poroznosti koja se naziva *cementni gel*. Gel sadrži veli-

ku količinu sićušnih pora, reda veličine  $10^{-5} - 10^{-6}$  mm, koje se nazivaju gel pore. Cementni kamen sadrži i veće pore u obliku kapilarnih pora, reda veličine  $1 - 10^{-6}$  mm, te mjehurića zraka i većih šupljina reda veličine  $10 - 10^2$  mm. Kapilarne pore uglavnom su posljedica viška vode radi postizavanja zadane obradivosti betona.

Mikrostruktura gela veoma je zamršena. Mnogi istraživači predložili su modele strukture cementnog kamena koji prikazuju mikrostrukturu gela. Među brojnim modelima jedino je Powersov model [2, 9, 11] dovoljno jednostavan i omogućuje proračun udjela pojedinih sastavnih dijelova cementnog kamena. Osnovne pretpostavke Powersova modela su sljedeće:

- Cementni kamen tvore nehidratizirani dio cementa, cementni gel i kapilare koje uključuju i sve veće šupljine. Gel i kapilare redovito sadrže vodu.
- Gel ima uvijek jednaku geometrijsku strukturu, bez obzira na mineraloški sastav cementa, stupanj hidratacije i vodocementni omjer. Količina gela ovisi o stupnju hidratacije, ali svi mineraloški sastavi daju jednak gel. Iz toga slijedi da svaki cement pri potpunoj hidrataciji veže količinu vode koja odgovara vodocementnom omjeru  $W/C = 0,23$ , što je eksperimentalno utvrđeno.

Na temelju ovih osnovnih pretpostavki proizlazi da su specifični volumeni sastavnih dijelova gela i gela kao cjeline konstantni. Pri tome je specifični volumen onaj volumen dotične tvari koji nastaje od 1 g nehidratiziranog cementa. To je zapravo recipročna vrijednost volumne mase dotične tvari. Powers je eksperimentalno utvrdio ove vrijednosti specifičnih volumena:

nehidratizirani cement  $s_c = 0,315 \text{ cm}^3/\text{g}$  ;  
 hidratizirani cement  $s_{hc} = 0,411 \text{ cm}^3/\text{g}$  ;  
 gel s porama  $s_g = 0,567 \text{ cm}^3/\text{g}$ .

Originalne slovne oznake za specifični volumen ovdje su izmijenjene, da bi se izbjegnula uporaba istih oznaka za različite pojmove u daljnjem dijelu teksta.

Budući da cement pri potpunoj hidrataciji veže količinu vode koja odgovara vodocementnom omjeru 0,23, od 1g cementa nastaje sljedeća masa cementnih hidrata:

$$1 + 0,23 = 1,23 \text{ g} .$$

Za gustoću vode od  $1,0 \text{ g/cm}^3$  to bi odgovaralo volumenu prije hidratacije:

$$s_c + 0,23 = 0,315 + 0,23 = 0,545 \text{ cm}^3 .$$

Međutim, stvarni volumen 1,23 g hidratiziranog cementa iznosi:

$$1,23 \cdot s_{hc} = 1,23 \cdot 0,411 = 0,5055 \text{ cm}^3 .$$

Smanjenje volumena hidratiziranog cementa, u odnosu prema volumen cementa i vode koji su ušli u kemijski proces, tada iznosi:

$$\frac{0,545 - 0,5055}{0,545} = 0,072 \text{ ili } 7,2 \% .$$

Volumen krute tvari cementnih hidrata koji nastaje hidratacijom jedinice volumena cementa naziva se faktor ekspanzije cementnih hidrata i iznosi:

$$f_{h0} = \frac{1,23 \cdot s_{hc}}{s_c} = \frac{0,5055}{0,315} = 1,60 .$$

Ukupni volumen gela s porama koji nastaje hidratacijom jedinice volumena cementa naziva se faktor ekspanzije gela i iznosi:

$$f_{g0} = \frac{1,23 \cdot s_g}{s_c} = \frac{1,23 \cdot 0,567}{0,315} = 2,21 .$$

Volumen pora u gelu mase 1 g iznosi  $s_g - s_{hc}$ , što daje poroznost gela:

$$\frac{s_g - s_{hc}}{s_g} = \frac{0,567 - 0,411}{0,567} = 0,28 .$$

Volumen pora u gelu nastalom hidratacijom jedinice volumena cementa naziva se faktor gel poroznosti i iznosi:

$$f_{p0} = f_{g0} \cdot 0,28 = 2,21 \cdot 0,28 = 0,62 .$$

Kako je već prikazano, volumen gela nastao hidratacijom 1g cementa iznosi  $1,23 \cdot s_g$ . Budući da nema značajne promjene tog volumena tijekom hidratacije, on je jednak volumenu paste od koje je nastao gel. Za pripremu te količine paste potrebna je sljedeća količina vode:

$$1,23 \cdot s_g - s_c = 1,23 \cdot 0,567 - 0,315 = 0,38 \text{ cm}^3 = 0,38 \text{ g}$$

što odgovara vodocementnom omjeru, jer se odnosi na masu cementa od 1g.

Izvodi većine navedenih faktora detaljnije se navode u literaturi [2].

Na površini gel pora adsorbira se voda i ispunjava ih te zbog toga ne može sudjelovati u daljnjem tijeku hidratacije. Dakle, za potpunu hidrataciju cementa mora se utrošiti voda za stvaranje hidrata i voda za ispunjenje gel pora. Vrijednost 0,38 najmanji je vodocementni omjer koji to omogućava. Cementni kamen s tim ili manjim vodocementnim omjerom nema kapilarnih pora.

Međutim, pri hidrataciji se smanjuje volumen hidrata, u odnosu prema volumenu cementa i vode koji su ušli u proces. Potpuna hidratacija, bez stvaranja kapilara, mo-

guća je samo ako voda količina koje odgovara tom smanjenju volumena dotječe izvana, primjerice od vlažne njege. Na temelju prije izvedenog, količina vode koja mora doći izvana za potpunu hidrataciju 1g cementa iznosi:

$$0,072 \cdot (s_c + 0,23) = 0,072 \cdot (0,315 + 0,23) = 0,039 \text{ cm}^3.$$

Potpuna hidratacija moguća je samo kod dovoljno sitnih čestica cementa. Hidratacija počinje od površine čestice i sve sporije napreduje prema njezinoj unutrašnjosti. Prema Bogueu [6], u roku od 90 dana hidratizira sloj debljine oko 5 μm na površini čestice. Prema Massazzi [7, 8], krupnije čestice cementa nikad potpuno ne hidratiziraju, već se kemijski proces zaustavlja kada se oko nehidratizirane jezgre stvori sloj vrlo gustog gela koji ne propušta vodu.

Ako se s  $h_c$  označi stupanj hidratacije, prije navedeni faktori poprimaju drukčije vrijednosti:

Faktor ekspanzije hidrata:

$$f_h = 1 - h_c + g_{ho} \cdot h_c$$

Faktor ekspanzije gela:

$$f_g = 1 - h_c + f_{go} \cdot h_c$$

Faktor gel poroznosti:

$$f_p = f_{p0} \cdot h_c.$$

Vrijednost  $1 - h_c$  ovdje je volumen nehidratiziranog cementa na jedinicu volumena cementnih čestica.

Najmanji vodocementni omjer za potpunu hidrataciju površinskog sloja čestica cementa iznosi:

$$\min W/C = 0,38 \cdot h_c.$$

Ako se pripremi pasta s još manjim vodocementnim omjerom, na česticama će hidratizirati sloj manje debljine, jer nema dovoljno prostora za nesmetano stvaranje cementnog gela. Stupanj hidratacije zbog toga se smanjuje i iznosi:

$${}_n h_c = \frac{W_s/C}{0,38}.$$

Vrijednost  $W_s$  označava stvarno upotrijebljenu količinu vode.

Uvrštavanjem ove vrijednosti u sve prije izvedene izraze za faktor ekspanzije hidrata i faktor gel poroznosti, dobivaju se novi izrazi za slučaj nedostatka prostora za potpunu hidrataciju:

$${}_n f_h = 1 + 1,582 \cdot W_s/C$$

$${}_n f_p = 1,594 \cdot W_s/C.$$

Cementni kamen izrađen s vodocementnim omjerom manjim od prije navedene minimalne vrijednosti ima manju gel poroznost. To objašnjava poznatu činjenicu da takav cementni kamen ima bolja mnoga svojstva iako ima manji stupanj hidratacije.

### 2.1 Stupanj hidratacije

Iako su istraživanja mehanizma hidratacije bila veoma opsežna, u literaturi ne postoje eksperimentalni podatci o stupnju hidratacije pri nekoj starosti cementnog kamena ili betona. Zbog toga je bilo potrebno taj podatak odrediti eksperimentalno.

Od cemenata iz četiri hrvatskih tvornica cementa, deklariranih kao PC 30z - 45S, pripremljeni su ispitni uzorci paste, veličine 5 · 5 · 2 cm, vodocementnog faktora 0.40. Uzorci su njegovani u vodi temperature 21°C, u trajanju od 7 mjeseci. Nakon toga su s jedne strane izbrušeni, temeljito osušeni na zraku, a izbrušena površina natopljena epoksidnom smolom. Nakon otvrdnjavanja epoksidne smole bilo je moguće jednoliko fino brušenje i poliranje hidrata i nehidratiziranih čestica na natopljenju površini. Količina nehidratiziranih čestica cementa određena je modificiranom mikroskopskom metodom ASTM C 457- 82a koja se inače primjenjuje za određivanje količine i distribucije zračnih pora u betonu. Ukupna površina nehidratiziranih čestica cementa na izbrusku bila je sljedeća:

Uzorak 1 ... 13,4%

Uzorak 2 ... 11,3%

Uzorak 3 ... 12,9%

Uzorak 4 ... 14,1%.

Srednja vrijednost iznosi 12,9%, što daje stupanj hidratacije

$$h_c = 0,87.$$

Za drugo ispitivanje upotrijebljeni su pločasti odresci preostali nakon obrade valjaka izreznanih iz betonskih konstrukcija izloženih atmosferilijama, radi određivanja tlačne čvrstoće betona. Jedan beton nepoznatog sastava bio je star više od 50 godina, a sastav drugog, starog oko 10 godina, bio je poznat. Stupnjevi hidratacije iznosili su 0,78 odnosno 0,82. Ovi rezultati manje su pouzdani, jer nije bilo moguće precizno odrediti sadržaj cementa s kojim su pripremljeni ispitni uzorci. Međutim, rezultati pokazuju da kvaliteta njege ima očekivani utjecaj na konačni stupanj hidratacije cementa.

Stupanj hidratacije od 0,87 može se uzeti kao najveća vrijednost koju mogu postići cementi proizvedeni u našoj zemlji, u idealnim uvjetima njege. U nepovoljnijim uvjetima stupanj hidratacije može biti samo manji.

Za cimente proizvedene u našoj zemlji tada se dobiva:

Faktor ekspanzije cementnih hidrata:

$$f_h = 0,13 + 1,60 \cdot 0,87 = 1,52.$$

Faktor gel poroznosti:

$$f_p = 0,62 \cdot 0,87 = 0,54.$$

### 3 Prostorni model uzorka očvrsllog betona

Prije navedeni faktori vrijede za jedinicu volumena cementa. U pasti je volumen koji zauzima cement definiran volumnom koncentracijom  $v_c$ . Na temelju toga, u očvrslom betonu dobiva se:

Volumna koncentracija cementnih hidrata:

$$v_h = f_h \cdot v_c$$

Volumna koncentracija gel pora:

$$v_{pg} = f_p \cdot v_c$$

U stabilnom betonu, tj. betonu kod kojega volumna koncentracija izlučene vode ne prelazi 0.005 [1], volumna koncentracija cementnog kamena jednaka je volumnoj koncentraciji paste:  $v_s = v_p$ . Pri otvrdnjavanju betona, šupljine od uvučenog i zarobljenog zraka ostaju praktički nepromijenjene. Na temelju takvih pretpostavki dobiva se:

Volumna koncentracija kapilarnih pora i šupljina:

$$v_{pk} = v_s - (v_h + v_{pg}).$$

Volumna koncentracija agregata  $v_a$  jednaka je kao u prostornom modelu uzorka svježeg betona. Prema tome:

$$v_a + v_h + v_{pg} + v_{pk} = 1$$

Volumna koncentracija svih pora u uzorku očvrsllog betona iznosi  $v_p = v_{pg} + v_{pk}$ .

Dakle, ako su poznati parametri prostornog modela uzorka svježeg betona, mogu se izračunati parametri prostornog modela uzorka istog betona u očvrslom stanju.

*Numerički primjer*

Parametri prostornog modela uzorka svježeg betona iznose:

$$v_a = 0,676$$

$$v_c = 0,136$$

$$v_w = 0,174 \quad v_p = v_c + v_w + v_z = 0,324$$

$$v_z = 0,014$$

Primjenom prije navedenih izraza dobiva se:

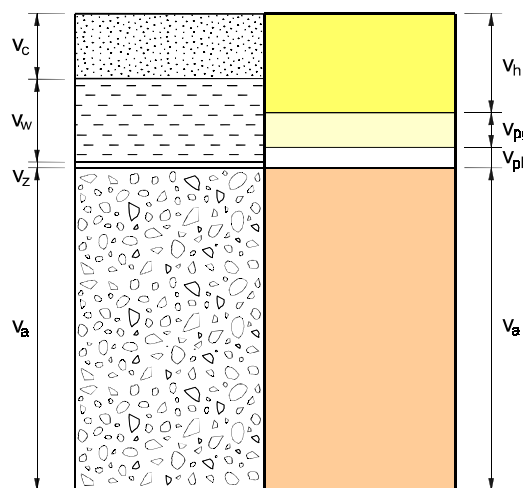
$$v_h = 1,52 \cdot 0,136 = 0,207$$

$$v_{pg} = 0,54 \cdot 0,136 = 0,073$$

$$v_{pk} = 0,324 - (0,207 + 0,073) = 0,044$$

$$v_a = 0,676$$

Na slici 1. prikazani su prostorni modeli uzoraka ovog betona u svježem i očvrslom stanju.



Slika 1. Prostorni modeli uzorka svježeg i očvrsllog betona. Količina cementa  $424 \text{ kg/m}^3$ ,  $W/C = 0,41$ ,  $h_c = 0,87$

Ako nedostaje prostora za potpunu hidrataciju površinskog sloja cementnih čestica, faktori  $f_h$  i  $f_p$  imaju drukčije vrijednosti. Pri stupnju hidratacije 0,87, najmanji vodocementni omjer za potpunu hidrataciju površinskog sloja cementnih čestica iznosi:

$$\min W/C = 0,38 \cdot 0,87 = 0,33.$$

Pri još manjem vodocementnom faktoru stupanj hidratacije ovisi o stvarnom sadržaju vode. Za proračun parametara prostornog modela uzorka očvrsllog betona potrebno je stvarni vodocementni faktor izraziti parametrima prostornog modela uzorka svježeg betona:

$$W_s/C = \frac{v_w \cdot \rho_w}{v_c \cdot \rho_c} = s_c \cdot \frac{v_w}{v_c} = 0,315 \cdot \frac{v_w}{v_c}.$$

Pri tome je  $\rho_w = 1,0$ . Uvrštavanjem u prijašnje izraze dobiva se:

$$f_h = 1 + 1,582 \cdot 0,315 \cdot \frac{v_w}{v_c} = 1 + 0,50 \cdot \frac{v_w}{v_c}$$

$$f_g = 1,594 \cdot 0,315 \cdot \frac{v_w}{v_c} = 0,50 \cdot \frac{v_w}{v_c}$$

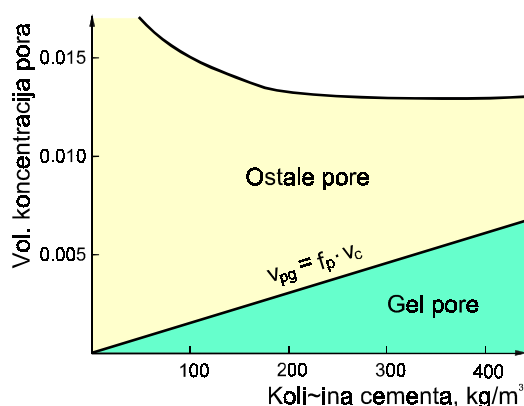
$$v_h = 1 + 0,50 \cdot v_w$$

$$v_{pg} = 0,50 \cdot v_w$$

Dakle, u ovom području volumne koncentracije hidrata i gel pora ovise samo o volumnoj koncentraciji vode u uzorku svježeg betona.

### 3.1 Struktura pora

Međusobni odnos volumnih koncentracija pora prikazan je kvalitativnim dijagramom na slici 2. Uočava se da sadržaj gel pora ovisi samo o sadržaju cementa u betonu. Sadržaj ostalih pora, tj. kapilarnih pora i šupljina, ovisi o sadržaju vode i zraka u svježem betonu. Dakle, na strukturu pora može se utjecati izborom sastava betona. Beton s većim sadržajem cementa ima više gel pora, a manje kapilarnih pora i šupljina i obratno.



Slika 2. Ovisnost strukture pora o sastavu betona

Čestice agregata sitnije od 0.125 mm sadržane u vezivu ne utječu na sadržaj gel pora u običnom betonu. Međutim, beton zadane obradivosti koji sadrži takve čestice mora se izraditi s većim vodocementnim omjerom. Iz toga proizlazi da beton s većim sadržajem sitnih čestica agregata ima veći sadržaj kapilarnih pora i šupljina.

O poroznosti očvrstlog običnog betona ovise sva ostala njegova svojstva. Gel poroznost ne utječe značajano na neka svojstva, ali sadržaj kapilarnih pora i šupljina nepovoljno utječe na sva svojstva očvrstlog betona.

## 4 Čvrstoća na pritisak

Za svako svojstvo običnog očvrstlog betona može se tražiti empirijska veza između parametra koji definira to svojstvo te parametara prostornog modela uzorka očvrstlog betona i utjecaja svojstava komponenata. Ovdje se traženje takve veze ograničava na tlačnu čvrstoću.

Funkcija kojom se definira takva veza, osim nezavisne varijable ne bi smjela imati više od dvije konstante. Uvođenje svakog novog parametra ili konstante, kojima bi se preciznije definirala veza, čini postupak eksperimentalnog određivanja vrijednosti konstanta za stvarno upotrijebljene materijale previše složenim, tako da postaje jednostavnije dotično svojstvo betona odrediti direktnim eksperimentom [10]

### 4.1 Eksperimentalni rad

Pripremljen je velik broj mješavina različitih omjera miješanja cementa i agregata te konzistencije, od čiste paste do mršavog betona. Na svježem betonu ispitani su sadržaj zraka, a zatim određeni parametri prostornih modela uzoraka svježeg i očvrstlog betona. Od svake mješavine izrađene su po dvije kocke s bridom 10 cm i ispitane na pritisak nakon 28 dana. Svaki rezultat je aritmetička sredina dviju pojedinačnih vrijednosti.

Cement je imao sljedeća osnovna svojstva:

- tlačnu čvrstoću nakon 28 dana 38,0 MPa
- specifičnu površinu prema Blaineu 2898 cm<sup>2</sup>/g .

Upotrijebljen je drobljeni agregat od vapnenca, čvrstoće u suhom stanju oko 140 MPa, koeficijenta oblika zrna oko 0,23. Izrađene su dvije vrste betona - jedna s najvećim zrnom agregata  $D = 4$  mm i druga s najvećim zrnom agregata  $D = 16$  mm. Granulometrijska krivulja agregata bila je na dijagramu nešto ispod Fullerove.

Rezultati ispitivanja svake vrste betona čine neovisan skup podataka.

### 4.2 Empirijske formule za čvrstoću

Veza između tlačne čvrstoće i nezavisne varijable tražena je metodom korelacije. Iskušano je više jednostavnih funkcija za koje se očekivalo da se dobro približavaju eksperimentalnim podatcima. Kao nezavisna varijabla iskušani su svi parametri prostornog modela uzorka očvrstlog betona i neke njihove kombinacije. Pokazalo se da su najprikladnije eksponencijalna funkcija

$$f_c = \frac{A}{B^x}$$

i funkcija oblika parabole

$$f_c = C \cdot x^N,$$

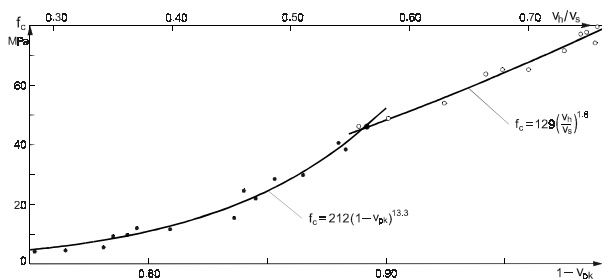
gdje je  $x$  nezavisna varijabla i  $A$ ,  $B$ ,  $C$  i  $N$  konstante.

Parabola se neznatno bolje približava eksperimentalnim podatcima, u svim obrađenim slučajevima, ali to nije odlučujuća prednost. Međutim, za određivanje konstanta eksponencijalne funkcije korelacijom dobiva se sustav od dvije nelinearne jednačbe koji se može riješiti samo numerički, s pomoću posebno izrađenoga računalnog programa. Pritom se pojavljuju poznati problemi s konvergencijom numeričkog procesa.

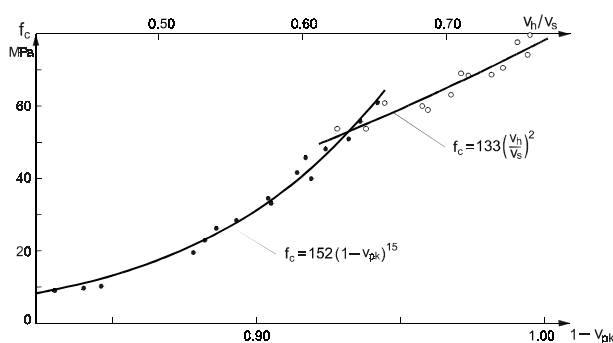
Naprotiv, za određivanje konstanta parabole dobiva se sustav od dvije linearne jednačbe koji se jednostavno rješava. Osim toga, konstante  $C$  i  $N$  imaju jasnije izraženo fizikalno značenje nego konstante  $A$  i  $B$ .

Zbog svega navedenog, parabola je mnogo praktičnija za primjenu u praksi pa je ona usvojena kao konačno rješenje za daljnji prikaz.

Eksperimentalni podatci i rezultati njihove numeričke obrade prikazani su na slikama 3. i 4.



Slika 3. Korelacija čvrstoće betona i parametara prostornog modela uzorka;  $D = 4\text{ mm}$



Slika 4. Korelacija čvrstoće betona i parametara prostornog modela uzorka;  $D = 16\text{ mm}$

Utvrđeno je da se najbolja korelacija dobije ako se svaki skup podataka podijeli na dva područja, svaki s različitim nezavisnom varijablom: područje uzoraka normalnog i mršavog betona te područje uzoraka masnoga plastičnog betona koje obuhvaća i čisti cementni kamen. Područje masnog betona sadrži i uzorke s nedostatkom prostora za potpunu hidrataciju površinskog sloja čestica cementa.

Valja istaknuti da nezavisne varijable  $v_h/v_s$  i  $1 - v_{pk}$  nisu u bilo kakvom međusobnom odnosu. Skale za te varijable i njihov međusobni položaj odabrani su tako da se dobije što realniji prikaz obaju područja na jednom crtežu.

#### Područje uzoraka masnoga plastičnog betona

U ovom području u prostornom modelu uzorka dominira cementni kamen. Kao i kod svježeg betona, ovakav beton razmatra se kao cementni kamen u kojega su uložena zrna kamenog agregata, s malim brojem međusobnih dodira, pa svojstva očvrsllog betona uglavnom ovise o parametrima prostornog modela cementnog kamena. Tlačna čvrstoća određena je parabolom:

$$f_c = C \left( \frac{v_h}{v_s} \right)^N$$

Nezavisna je varijabla  $v_h/v_s$  relativna gustoća cementnog kamena. U ovo se uklapaju i uzorci s nedostatkom prostora za potpunu hidrataciju, jer svi takvi uzorci nemaju jednak gel, odnosno imaju različit stupanj hidratacije.

Vrijednosti konstanta parabole naznačene su na slikama 3. i 4.

Ovdje valja istaknuti da se i u području uzoraka normalnog betona čvrstoća može definirati izrazom istog oblika, ali su vrijednosti konstanta drukčije a korelacija slabija. Pri tome bi se pojavili isti problemi kakvi su opisani u uvodu i bile bi potrebne slične korekcije nezavisne varijable [4]. Općenito, dobiju se dvije zakonitosti za cijeli skup podataka, s lomom dijagrama u određenoj točki, što će se raspraviti kasnije.

Konstanta  $C$  ima fizikalno značenje u oba područja. U ovom području konstanta  $C$  jednaka je čvrstoći cementnog kamena bez poroznosti ( $v_s = v_h$ ).

#### Područje uzoraka normalnog betona

U ovom području u prostornom modelu uzorka dominira agregatni skelet koji je potpuno formiran pa volumna koncentracija agregata mora biti sadržana u nezavisnoj varijabli. I ovdje se tlačna čvrstoća može izraziti parabolom istog oblika kao i prije, ali nezavisna varijabla uključuje i volumnu koncentraciju agregata:

$$f_c = C \cdot (1 - v_{pk})^N$$

Numeričke vrijednosti konstanta naznačene su na slikama 3. i 4.

Varijabla  $1 - v_{pk}$  volumna je koncentracija materijala koji se sastoji od kamene tvari agregata i cementnog gela s porama. Taj je materijal zapravo beton bez kapilarne poroznosti, čija je čvrstoća jednaka vrijednosti konstante  $C$  ( $v_{pk} = 0$ ). Navedene numeričke vrijednosti ove konstante istog su reda veličine kao i čvrstoća kamena od kojega potječe agregat (140 MPa). Iz toga proizlazi da se beton bez poroznosti ponaša kao jedinstven homogen materijal, pri čemu je čvrstoća gela približno jednaka čvrstoći kamenih zrna agregata.

Sličan rezultat što se tiče čvrstoće gela, odnosno cementnog kamena bez kapilarnih pora, navodi se i u literaturi [2]. To u potpunosti objašnjava činjenicu da od svih analiziranih varijanata odabrana nezavisna varijabla daje najbolju korelaciju.

## 5 Rasprava o rezultatima istraživanja

Prema teoriji matematičke statistike, kvaliteta ili jakost veze čvrstoće  $f_c$  i nezavisne varijable određena je indeksom korelacije koji je za krivulje prikazane na slikama veći od 0.98. Prema tom mjerilu, korelacija se može ocijeniti odličnom. Mnogo realnije mjerilo jakosti veze je srednje kvadratno odstupanje eksperimentalnih podataka od odgovarajućih teorijskih vrijednosti na paraboli,  $q^2$  ili samo vrijednost  $q$  koja se za prikazane krivulje kreće oko vrijednosti 2.0 MPa. To znači da moguća pogreška pri procjeni tlačne čvrstoće betona od upotrijebljenih materijala, prema izvedenim formulama, iznosi  $\pm 2.0$  MPa.

Prema slikama 3. i 4. za svaku vrstu betona tlačna čvrstoća određena je s dvije zakonitosti. Područje jedne zakonitosti i prijelazna zona ovise uglavnom o omjeru miješanja cementa i agregata. Takvom podjelom na dvije zakonitosti, u jedinstvenoj nezavisnoj varijabli sažete su sve korekcije koje sadrži formula Popovicsa navedena u uvodu, a čvršće je obuhvaćen utjecaj volumne koncentracije agregata.

Isti efekt, to jest dvije zakonitosti ponašanja, dobio je Powers [12] na svježem betonu, što je prikazao dijagramom odnosa šupljina (*voids-ratio diagram*). Općenito, prijelazna zona kod svježeg betona identična je s odgovarajućom prijelaznom zonom kod očvrslag betona.

Prijelaznu zonu veoma je teško precizno definirati, što je Powers detaljno prikazao na betonu i čistom agregatu. Međutim, za praktičnu primjenu izvedenih izraza za čvrstoću, zonu prijelaza treba jednostavno definirati. Na temelju rezultata ovog istraživanja i iskustva autora, može se tvrditi da područje uzoraka normalnog betona obuhvaća sve vrste betona, do uključivo maksimalnog zrna agregata  $D = 31,5$  mm, ako volumna koncentracija cementa u uzorku svježeg betona ne prelazi 0,14. To odgovara sadržaju cementa od oko 430 kg/m<sup>3</sup>.

Nezavisna varijabla u oba područja obuhvaća većinu geometrijskih svojstava uzorka očvrslag betona i upotrijebljenih materijala, ali ne i utjecaje fizikalnih svojstava tih materijala. Kao i kod formula navedenim u uvodu, ti utjecaji izraženi su vrijednostima konstanta. Analizirat će se oni najvažniji, a to su čvrstoća cementa, stupanj hidratacije, utjecaj aditiva i granulometrijski sastav agregata, koji je u određenom smislu i geometrijsko svojstvo agregata.

## LITERATURA

[1] Krstulović, P.: *Geometrijske i fizikalne karakteristike uzorka svježeg betona*, Građevinar 35 (1983), 349 - 358.

Poznato je da je tlačna čvrstoća betona linearno proporcionalna čvrstoći cementa, te se čvrstoće betona pripremljenih s različitim cementima mogu jednostavno izračunati ako su ostali parametri sastava betona i njegovih komponenata isti kao u ovom istraživanju.

Parametri prostornih modela i navedene numeričke vrijednosti konstanta izračunani su uz pretpostavku da je *stupanj hidratacije* cementa  $h_c = 0,87$ . Ako je stvarni stupanj hidratacije istog cementa poznat i manji od te vrijednosti, može se približno uzeti da to nema utjecaja na vrijednosti konstanta. Utjecaj na čvrstoću tada se izražava povećanom volumnom koncentracijom kapilar-nih pora.

I konstanta  $N$  ima fizikalno značenje. Ona definira strminu parabole odnosno stupanj prirasta čvrstoće s povećanjem vrijednosti nezavisne varijable. Najveći utjecaj na vrijednost te konstante ima granulometrijski sastav i maksimalno zrno agregata. Veće maksimalno zrno daje veće vrijednosti konstante  $N$  i uža oba područja, što se vidi iz usporedbe tih vrijednosti i dijagrama na slikama 3. i 4. To znači da je vrijednost tlačne čvrstoće betona "osjetljivija" na promjene omjera miješanja cementa i agregata pri većem maksimalnom zrnu. Prema iskustvu autora, ovaj je utjecaj još više izražen pri diskontinuiranoj granulometrijskoj krivulji agregata.

*Aditivi*, a naročito oni koji se dodaju betonu za poboljšanje obradivosti uvelike utječu na parametre prostornog modela uzorka, odnosno vrijednost nezavisne varijable, i bitno mijenjaju vrijednosti konstanta.

## 6 Zaključak

Svi analizirani utjecaji mogu se obuhvatiti jedino eksperimentalno, za stvarno upotrijebljene komponente betona. Pritom treba izraditi i ispitati barem 4 mješavine različitih omjera miješanja cementa i agregata, a vrijednosti konstanta odrediti metodom korelacije. Budući da se za svaku proizvodnju betona sastav betona mora odrediti eksperimentalno, određivanje konstanta  $C$  i  $N$  ne bi trebao biti dodatan posao, osim računskog dijela.

Vrijednosti konstanta mogu se odrediti i na temelju podataka iz redovite proizvodnje betona. U tom slučaju, za određivanje parametara prostornog modela uzoraka betona ne mogu se direktno iskoristiti podatci iz receptura za različite marke betona, već te parametre treba odrediti na temelju stvarno izmjerenih količina komponenata, za svaku mješavinu od koje se izrađuje ispitno tijelo za određivanje tlačne čvrstoće betona.

[2] Illston, J. M.; Dinwoodie, J. M.; Smith, A. A.: *Concrete, timber and metals*, Van Nostrand Reinhold, New York, 1979.



- [3] Popovics, S.: *New formulas for the prediction of the effect of porosity on concrete strength*, ACI Journal 82 (1985) 2, 136. - 146.
- [4] Popovics, S.: *Analysis of the concrete strength versus water-cement ratio relationship*, ACI Materials journal 87 (1990) 5, 517. - 529.
- [5] Aïtcin, P. C.; Mehta, P. K.: *Effect of coarse aggregate characteristic on mechanical properties of high-strength concrete*, ACI Materials journal 87 (1990) 2, 103. - 107.
- [6] Bogue, R. N.: *La chimie du ciment portland*, Eyrolles, Paris, 1952.
- [7] Đureković, A.: *Cement, cementni kompozit i dodaci za beton*, Školska knjiga, Zagreb, 1996.
- [8] Massazza, F.; Daimon, M.: *Chemistry of hydration of cements and cementitious systems*, Proc. 9th ICCG, New Delhi, 1992, 383. - 446.
- [9] Ukrainczyk, V.: *Beton, struktura, svojstva, tehnologija*, Alcor, Zagreb, 1994.
- [10] Krstulović, P.: *Prostorni model i ponašanje očvrsllog betona*, Građevinar 47 (1995) 1, 1. - 8.
- [11] Powers, T. C.: *The chemistry of cements: The physical structure of portland cement pastes*, Academic press, Vol. 1, USA, 1964.
- [12] Powers, T. C.: *The properties of fresh concrete*, John Willey & Sons, New York, 1968.