

# Usporedba numeričkih modela strujanja na primjeru rušenja brane

Siniša Družeta, Lado Kranjčević, Jerko Škifić

## Ključne riječi

strujanje sa slobodnom površinom, model plitkih voda, Navier-Stoksov model, dvofazno strujanje, rušenje brane, numeričko modeliranje

## Key words

free surface flow, shallow water model, Navier-Stokes model, two phase flow, dam failure, numerical modelling

## Mots clés

écoulement à surface libre, modèle pour l'eau peu profonde, modèle Navier-Stokes, écoulement à deux phases, écoulement de barrage, modélisation numérique

## Ключевые слова

течение с свободной поверхностью, модель плитких вод, Navier-Stoksov модель, двухфазовое течение, разрушение плотины, цифровое моделирование

## Schlüsselworte

Strömung mit freier Oberfläche, Modell seichter Gewässer, Navier-Stokes Modell, Zweiphasenströmung, Dammeinsturz, numerisches Modellieren

S. Družeta, L. Kranjčević, J. Škifić

Pregledni rad

## Usporedba numeričkih modela strujanja na primjeru rušenja brane

Uspoređeni su i vrednovani numerički 2D model plitkih voda obrađen softverom Stripp12 i 3D Navier-Stoksov model dvofaznog strujanja sa slobodnom površinom obrađen softverom Fluent. Kao test-primjer upotrijebljen je standardni laboratorijski eksperiment rušenja brane definiran u sklopu međunarodnog CADAM projekta. Analiza dobivenih rezultata pokazuje da rušenja oba modela daju visoku točnost rezultata, s time da se 3D model strujanja sa slobodnom površinom pokazuje točnijim.

S. Družeta, L. Kranjčević, J. Škifić

Subject review

## Comparison of numerical flow models based on a dam failure example

The numerical 2D shallow water model developed using the Stripp 12 software, and the 3D Navier-Stokes two-phase free-surface flow model based on the Fluent software, are compared and evaluated. The standard laboratory dam collapse experiment, defined in the scope of the international CADAM project, was used as a test example. The analysis of results shows that highly accurate failure results have been obtained for both models, although the 3D free surface flow model has proven to be more accurate.

S. Družeta, L. Kranjčević, J. Škifić

Ouvrage de synthèse

## Comparaison des modèles numériques d'écoulement basés sur l'exemple d'écroulement de barrage

Le modèle bidimensionnel pour l'eau peu profonde basé sur le logiciel Stripp 12, et le modèle Navier-Stokes tridimensionnel à deux phases pour l'écoulement à surface libre, basé sur le logiciel Fluent, sont comparés et évalués. L'essai standard de laboratoire pour l'écroulement de barrage, défini dans le cadre du projet international CADAM, a été utilisé comme exemple. L'analyse des résultats montre que les résultats d'écroulement très fiables ont été obtenus pour les deux modèles, bien que le modèle tridimensionnel pour l'écoulement à surface libre s'est montré plus précis.

С. Дружета, Л. Краньчевич, Й. Шкифич

Обзорная работа

## Сравнение цифровых моделей течения на примере разрушения плотины

Сравнены и оценены цифровой 2D модель плиткой воды который обработан софтвером Stripp12 и 3D Navier-Stoksov модель двухфазового течения с свободной поверхностью обработан софтвером Fluent. Как тест-экземпляр употреблен стандартный лабораторный эксперимент разрушения плотины, который определен в составе международного CADAM проекта. Анализ полученных результатов показывает что, разрушение оба модуля дают высокую точность результата, при чем 3D модель течения с свободной поверхностью показывается более точным.

S. Družeta, L. Kranjčević, J. Škifić

Übersichtsarbeit

## Vergleich numerischer Strömungsmodelle am Beispiel des Dammeinsturzes

Man vergleicht und bewertet das numerische 2D Modell der seichten Gewässer bearbeitet mit dem Software Stripp 12 und das 3D Navier-Stokes Modell der Zweiphasenströmung mit freier Oberfläche bearbeitet mit dem Software Fluent. Als Test-Beispiel benützte man das standardgemässe Labor-Experiment des Dammeinsturzes, definiert im Rahmen des internationalen CADAM Projekts. Die Analyse der erhaltenen Ergebnisse zeigt dass der Einsturz nach beiden Modellen hohe Genauigkeit ergibt, doch zeigt sich das 3D Modell der Strömung mit freier Oberfläche als genauer.

Autori: Dr. sc. Siniša Družeta, dipl. ing.; dr. sc. Lado Kranjčević, dipl. ing.; dr. sc. Jerko Škifić, dipl. ing., Tehnički fakultet Sveučilišta u Rijeci, Zavod za mehaniku fluida i računarsko inženjerstvo

## 1 Uvod

Na području numeričkog modeliranja strujanja sa slobodnom površinom, u istraživačku praksu i praktičnu primjenu uvode se sve složeniji modeli. Tako sve bolja praktična provjerenost 2D modela plitkih voda te napredak u tehnologiji geodetskih mjerenja omogućuju sve širu primjenu 2D modela, dok se 3D Navier-Stokes modeli dvofaznog strujanja uspješno afirmiraju kao praktični alati za simulacije strujanja sa slobodnom površinom na manjim ili jednostavnijim domenama (strujanje na hidrotehničkim građevinama, u okolini *off-shore* građevina, u spremnicima, itd.).

S obzirom da se radi o nereduciranom modelu, 3D Navier-Stokes model dvofaznog strujanja sa slobodnom površinom teorijski bi trebao dati veću točnost od 2D modela plitkih voda, što bi trebalo biti najvidljivije na kompleksnim problemima strujanja s velikim brzinama i složenim oblikom vodnog lica. U sklopu istraživanja opisanog u ovom radu validirani su i uspoređeni 2D model plitkih voda softverom Stripp12 i 3D Navier-Stokes model dvofaznog strujanja sa slobodnom površinom softverom Fluent. Za tu je svrhu iskorišten zahtjevan ispitni primjer rušenja brane temeljen na laboratorijskom eksperimentu i namijenjen upravo ispitivanju modela strujanja sa slobodnom površinom. Točnost numeričkih modela jest kvalitativno i kvantitativno ocijenjena i međusobno uspoređena.

## 2 Opis numeričkih modela

Strujanje fluida sa slobodnom površinom u svom se najopćenitijem obliku može modelirati Navier-Stokesovim jednadžbama koje opisuju trodimenzijsko strujanje. Radi lociranja slobodne površine nužno je modelirati dvofazno strujanje (tipično voda-zrak), za što postoji više numeričkih postupaka od kojih se najčešće primjenjuje metoda *Volume of Fluid* (VOF) metoda. Metoda VOF počiva na pretpostavci da je strujanje u potpuno saturiranoj okolini odnosno da nema međusobnog prodoru faza i kao takva je upravo osmišljena za određivanje slobodne površine u dvofaznom strujanju.

S obzirom da se za modeliranje strujanja sa slobodnom površinom pomoću 3D Navier-Stokesovih jednadžbi primjenjuje najopćenitija matematička formulacija strujanja fluida kao kontinuuma, može se očekivati i postizanje najveće moguće točnosti. No, praktični problemi kao što su vrlo visoki zahtjevi na računalne resurse i osjetljivost rješavača onemogućavaju primjenu takvih modela na većinu standardnih inženjerskih problema strujanja sa slobodnom površinom, a ovamo pripadaju i hidrotehnički problemi strujanja u otvorenim vodotocima.

Poradi dobivanja matematičkog modela strujanja sa slobodnom površinom veće upotrebne vrijednosti, mo-

guće je Navier-Stokesove jednadžbe reducirati uvođenjem uvjeta slobodne površine i usrednjenjem brzine po dubini na 2D model plitkih voda koji je određen Saint Venantovim jednadžbama.

### 2.1 Dvodimenzijski model plitkih voda

Matematički 2D model strujanja u plitkim vodama u osnovi sačinjavaju jednadžbe zakona očuvanja mase i zakona očuvanja količine gibanja za nestacionarno 2D strujanje plitkih voda, koje uz odsutnost ponora i izvora mase glase:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(v_1 h)}{\partial x} + \frac{\partial(v_2 h)}{\partial y} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial(v_1 h)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( v_1^2 h + \frac{1}{2} g h^2 \right) +$$

$$\frac{\partial(v_1 v_2 h)}{\partial y} = g h (S_{bx} - S_{fx}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial(v_2 h)}{\partial t} + \frac{\partial(v_1 v_2 h)}{\partial x} +$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( v_2^2 h + \frac{1}{2} g h^2 \right) = g h (S_{by} - S_{fy}) \quad (3)$$

gdje je  $z$  visina dna,  $h$  je dubina vode,  $x$  i  $y$  su prostorne koordinate, a  $v_1$  i  $v_2$  su  $x$ - i  $y$ -komponenta vektora brzine.  $S_{bx}$  i  $S_{by}$  su nagibi dna u  $x$  i  $y$  smjeru, dok se nagibi trenja u  $x$  i  $y$  smjeru  $S_{fx}$  i  $S_{fy}$  računaju na način kako je to predloženo u [2]:

$$S_{fx} = v_1 \sqrt{v_1^2 + v_2^2} \left( \frac{n^{3/2}}{h} + \frac{n_w^{3/2} l_w}{S} \right)^{4/3},$$

$$S_{fy} = v_2 \sqrt{v_1^2 + v_2^2} \left( \frac{n^{3/2}}{h} + \frac{n_w^{3/2} l_w}{S} \right)^{4/3}. \quad (4)$$

U gornjim se izrazima osim standardnog trenja s dnom kanala uzima u obzir i trenje na zidu, tako da je ovdje  $n$  Manningov koeficijent hrapavosti dna, a  $n_w$  Manningov koeficijent hrapavosti zida,  $l_w$  duljina stranice rubnog elementa numeričke mreže na kojoj je zadan rubni uvjet zida te  $S$  površina dotičnog rubnog elementa na čijoj je stranici zadan rubni uvjet zida.

Opisane 2D jednadžbe plitkih voda diskretizirane su metodom konačnih volumena i rješavane eksplisnom Q-shemom prvog reda točnosti s Van Leerovim usrednjenjem i egzaktnim očuvanjem mirne vode, uz balansiranje izvornog člana ([1], [3], [4]). Balansiranje izvornog člana omogućuje kvalitetno i pouzdano modeliranje strujanja na vrlo zahtjevnim geometrijama, kao što su npr. tereni s velikim gradijentima visine dna.

Simulacije strujanja provedene su softverom Stripp12 koji je dugogodišnjom upotrebom afirmiran na raznim znanstvenim istraživanjima i znanstveno-stručnim studijama na području numeričkog modeliranja tečenja u rijekama i poplavljanja.

## 2.2. Trodimenzijski model strujanja sa slobodnom površinom

3D matematički model strujanja temelji se na zakonima očuvanja mase, količine gibanja i energije. Strujanje fluida sa slobodnom površinom najčešće podrazumijeva dvofazno strujanje vode i zraka, za što je dovoljno promatrati jednadžbe očuvanja mase i količine gibanja koje glase:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = S_m, \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{v}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v} \mathbf{v}) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \rho \mathbf{g}, \quad (6)$$

gdje je  $\rho$  gustoća,  $t$  vrijeme, a  $\mathbf{v} = (v_1, v_2, v_3)$  vektor brzine ( $v_1, v_2$  i  $v_3$  su komponente brzine u smjeru prostornih koordinata  $x, y$  i  $z$ ) te  $S_m$  izvorni član koji modelira izvore mase. Nadalje,  $p$  je tlak,  $\mathbf{g}$  vektor gravitacijskog ubrzanja (odnosno totalni vektor masenih sila), a  $\boldsymbol{\tau}$  tenzor naprezanja, za nestlačiv newtonovski fluid zadan kao:

$$\boldsymbol{\tau} = \mu (\nabla \mathbf{v} + \nabla \mathbf{v}^T), \quad (7)$$

gdje je  $\mu$  dinamička viskoznost.

Strujanje svake pojedine faze modelirano je standardnim  $k$ - $\varepsilon$  modelom turbulencije koji je dobro ispitan za strujanje vode i zraka, što je upravo predmet razmatranja ovog rada.  $k$ - $\varepsilon$  model je dvojednadžbeni poluempirijski model turbulentnog strujanja definiran transportnim jednadžbama za kinetičku energiju turbulencije  $k$  i njezinu stopu disipacije  $\varepsilon$  ([7]).

Jednadžbe 3D strujanja diskretizirane metodom konačnih volumena rješavaju se sekvencijalno po algoritmu segregiranog rješavača, gdje se za rješavanje Navier-Stokes jednadžbi rabi implicitna QUICK shema, a za rekonstrukciju vrijednosti tlaka na stranicama konačnih volumena PRESTO shema. Jednadžbe (5) i (6) povezane su metodom PISO (varijanta metode SIMPLE).

Za praćenje slobodne površine između faza primijenjena je metoda VOF ([8]), koja prati skalarna polja koncentracije svakog pojedinog fluida u domeni, gdje je suma koncentracija svih faza u svakoj točki domene uvijek jednaka jedan. S obzirom da se ovdje promatra strujanje samo dviju faza (voda-zrak), dovoljno je računati samo koncentraciju vode ( $f = f_{voda}$ ), dok se slobodna površina

nalazi u tankom dvofaznom sloju, odnosno u elementima numeričke mreže u kojima je  $0 < f < 1$ .

Transport koncentracije vode računa se iz jedinstvenog polja brzina po advekcijskoj jednadžbi:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{v} f) = 0, \quad (8)$$

čime se uvjetuje da koncentracija  $f(\mathbf{x}, t)$  ostaje konstantna duž strujnice, što drugim riječima znači da čestica ne može promijeniti fazu duž svoje putanje. Transportna je jednadžba (8) u numeričkom modelu rješavana po implicitnoj numeričkoj shemi.

Na temelju dobivenog polja koncentracije  $f$  računaju se jedinstvena polja gustoće i viskoznosti:

$$\begin{aligned} \rho &= f \rho_{voda} + (1-f) \rho_{zrak}, \\ \mu &= f \mu_{voda} + (1-f) \mu_{zrak}, \end{aligned} \quad (9)$$

dok se ostali parametri strujanja (tlak  $p$ , turbulentne veličine  $k$  i  $\varepsilon$ ) tretiraju kao i brzina, tj. računaju se kao jedinstvena polja po cijeloj domeni.

Ovako dobivena slobodna površina relativno je grubo definirana „pjenastim“ dvofaznim slojem, zbog čega se u elementima unutar kojih se nalazi slobodna površina provode preciznije metode za rekonstrukciju slobodne površine.

Simulacije 3D strujanja sa slobodnom površinom provedene su softverom Fluent, koji je već dulji niz godina jedan od svjetski vodećih komercijalnih softvera za računalnu dinamiku fluida.

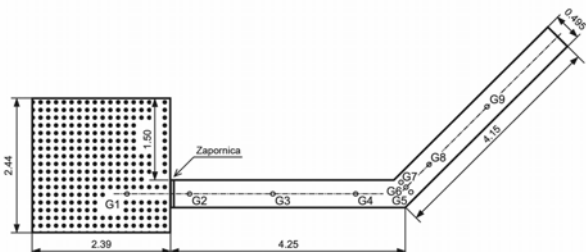
## 3 Primjer rušenja brane u kanalu s pregibom od 45°

Laboratorijsko ispitivanje rušenja brane u kanalu s pregibom od 45° preuzet je iz zbirke ispitivanja za numeričko modeliranje rušenja brane definiranih u sklopu međunarodnog CADAM projekta (*Concerted Action on Dam-break Modelling*, 1998.-2000.). Ovaj je testni primjer smatran prikladnim za usporedbu modela strujanja sa slobodnom površinom jer se radi o jednom od standardnih testnih primjera za validaciju numeričkih modela strujanja zbog loma brane. Dodatna je pogodnost ovog ispitivanja u činjenici da su granice domene jednostavno definirane jer je cijela domena obrubljena zidovima, osim izlazne tekuće granice na kojoj je strujanje silovito (natkritično), što onemogućuje uzvodno širenje poremećaja i time eventualnu pojavu numeričkih problema uzrokovanih rubnim uvjetima.

### 3.1 Opis eksperimenta

Eksperiment je proveden na kanalu s pregibom na čijem se početku nalazi kvadratni spremnik dimenzija 2,44 m

× 2,39 m (slika 1.). Brana je predstavljena zapornicom pa je rušenje brane simulirano naglim otvaranjem zapornice, što odgovara hipotetskom slučaju trenutnog i potpunog rušenja brane. Spremnik i kanal su potpuno ravni, s time da je dno rezervoara 0,33 m niže od dna kanala. Inicijalna je razina vode u spremniku 0,25 m iznad razine dna kanala.



Slika 1. Geometrija kanala s pregibom od 45°

Stijenke kanala izvedene su od stakla, dok je dno čelično. Manningovi koeficijenti trenja eksperimentalno su određeni kao 0,0095 za dno te 0,0195 za stijenke kanala ([9]). Na mjernim točkama G1-G9 (slika 1.) postavljeni su instrumenti za mjerenje koji bilježe razinu vode u vremenskim intervalima od 0,1 s. Tako prikupljeni podaci o razinama vode na mjernim točkama priloženi su na CADAM CD-ROM-u ([5]).

Eksperiment traje 40 s i počinje u trenutku kada se zapornica naglo odstrani. U tom trenutku voda poteče inicijalno suhim kanalom i stiže do pregiba nakon približno 3 s, gdje se dijelom reflektira od stijenke kanala i formira val koji putuje uzvodno prema rezervoaru. Reflektirani val stiže do rezervoara za otprilike 20 s gdje nestaje, nakon čega se tečenje smiruje i razina vode se posvuda postupno smanjuje.

### 3.2 Simulacije 2D modelom plitkih voda

Proračunska domena za 2D model plitkih voda definirana je 2D numeričkom mrežom trokutastih elemenata s korakom  $\Delta x = 0,02$  m, iz koje je kreirana dualna mreža ([6]). Na izlaznoj tekućoj granici domene dodan je još kratki niz elemenata s vrlo strmim padom, čime je na izlazu osigurano silovito strujanje i nije bilo potrebno zadavati nikakav rubni uvjet. Po cijelom preostalom opsegu domene nametnut je rubni uvjet „hrapavog“ zida koji je implementiran računanjem trenja po izrazima (4).

Za početne uvjete postavljene su nulte brzine strujanja po cijeloj domeni te razina vode u rezervoaru na 0,25 m, u skladu s inicijalnim uvjetima u eksperimentu. Vremenski korak  $\Delta t$  bio je promjenjiv i definiran tako da u svakom trenutku zadovoljava zadani Courant-Friedrichs-Levyjev (CFL) broj od 0,7.

Izgled vodnog lica u trenucima  $t = 1$  s i  $t = 10$  s prikazan je na slikama 2. i 3.



Slika 2. Vodno lice u 2D modelu u trenutku  $t = 1$  s



Slika 3. Vodno lice u 2D modelu u trenutku  $t = 10$  s

### 3.3 Simulacije 3D modelom strujanja sa slobodnom površinom

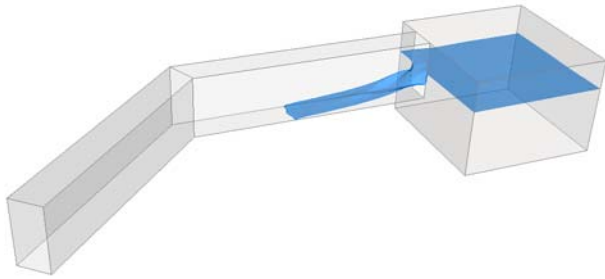
Proračunska domena za 3D Navier-Stokes model strujanja sa slobodnom površinom definirana je 3D numeričkom mrežom prizmi i tetraedara s korakom  $\Delta x = 0,02$  m u kanalu i  $\Delta x = 0,03$  m u spremniku, uz ugušćenje uza zidove kanala (oko 900.000 elemenata ukupno). Radi vjerne rekonstrukcije eksperimenta u domeni je na izlazu iz kanala spojen još jedan dublji pomoćni spremnik, čime je na tome mjestu osigurano silovito strujanje uz otklanjanje potencijalnih numeričkih problema uzrokovanih rubnim uvjetima na izlaznoj tekućoj granici.

Na dnu domene zadan je rubni uvjet zida s apsolutnom hrapavosti  $e_{\text{dno}} = 0,1$  mm, dok je po bočnim zidovima zadan rubni uvjet zida s apsolutnom hrapavosti  $e_{\text{zid}} = 0,2$  mm, čime je postignuta određena aproksimacija efekata trenja koju je opisao sam autor eksperimenta ([9]). Na gornjoj je plohi („poklopcu“) domene zadan rubni uvjet poznatoga atmosferskog tlaka zraka  $p_0 = 101325$  Pa.

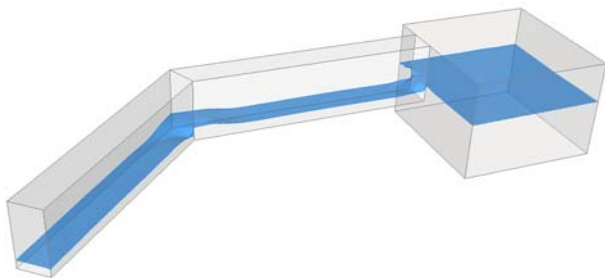
Za početne uvjete postavljene su nulte brzine strujanja po cijeloj domeni te rezervoar vode ispunjen vodom do razine od 0,25 m, a ostatak domene ispunjen je zrakom. Vremenski korak  $\Delta t$  u svakom je trenutku određen za zadanu vrijednost CFL broja od 0,5.

S obzirom na kompleksnost numeričkog modela 3D nestacionarnoga dvofaznoga strujanja i velik broj proračunskih točaka, simulacije su provedene na paralelnom računaru s osam 64-bitnih 2,2 GHz procesora. Proračunato vodno lice (slobodna površina za koncentraciju vo-

de  $f=0,5$ ) u trenucima  $t=1$  s i  $t=10$  s prikazano je na slikama 4. i 5.



Slika 4. Vodno lice u 3D modelu u trenutku  $t=1$  s



Slika 5. Vodno lice u 3D modelu u trenutku  $t=10$  s

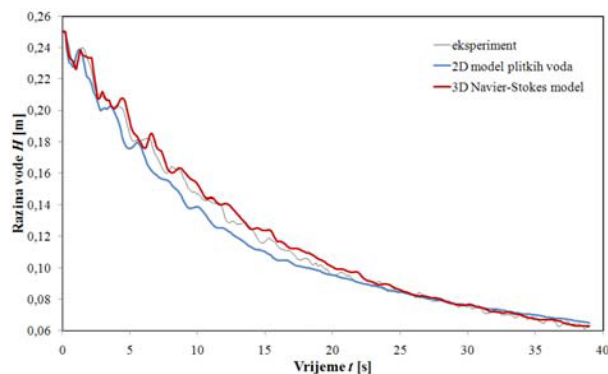
#### 4 Analiza dobivenih rezultata

Rezultati obaju modela prikazuju uspješnu rekonstrukciju glavnih karakteristika propagacije vala nastalog zbog rušenja brane na spremniku. Između ostalog, vidljivo je i formiranje reflektiranog vala koji u eksperimentu nastaje poradi pregiba u kanalu (slike 3. i 5.).

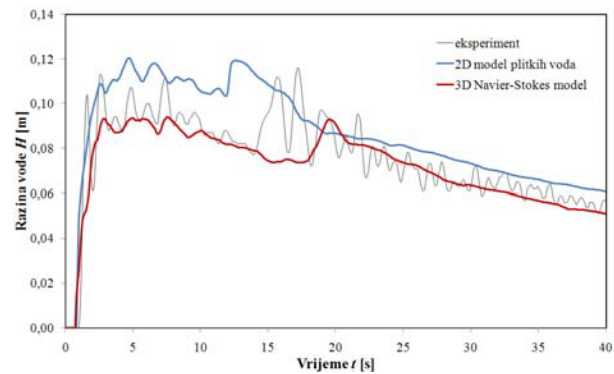
Analiza rezultata dobivenih 2D modelom plitkih voda i 3D modelom strujanja sa slobodnom površinom provedena je usporedbom i analizom pogreške proračunatih razina vode na mjernim mjestima G1-G9 (slika 1.).

##### 4.1. Usporedba rezultata 2D i 3D modela

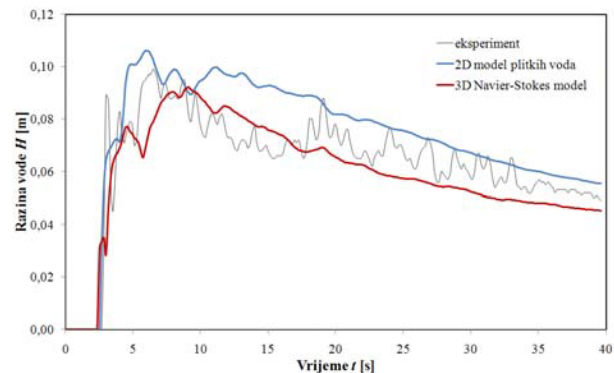
Usporedba rezultata provedena je s pomoću proračunatih razina vodnog lica na danim mjernim mjestima iz kojih su konstruirani hidrogrami koji pokazuju promjenu razine vodnog lica u vremenu. Dobiveni hidrogrami za mjerna mjesta G1, G3 i G8 prikazani su na slikama 6. do 8.



Slika 6. Proračunate razine vodnog lica na mjernom mjestu G1



Slika 7. Proračunate razine vodnog lica na mjernom mjestu G3



Slika 8. Proračunate razine vodnog lica na mjernom mjestu G8

Rezultati simulacija demonstriraju primjerenost i uspješnost obaju modela u modeliranju ovako zahtjevnog tranzijentnog strujanja sa slobodnom površinom. Pažljivija kvalitativna analiza hidrograma razine vode na mjernim mjestima pokazuje da su rezultati 3D Navier-Stokes modela uglavnom nešto točniji od onih dobivenih 2D modelom ([6]).

Može se uočiti da se propagacija vode kod 3D modela strujanja sa slobodnom površinom odvija nešto brže nego kod 2D modela plitkih voda, dok je povratni val približno podjednako uspješno rekonstruiran u oba modela (slika 7.). Ispitne su simulacije pokazale da je kod oba modela dinamika propagacije poremećaja pod određenim utjecajem prostornog koraka te da bi se optimizacijom parametara numeričke mreže moglo unaprijediti modeliranje propagacije poremećaja ([6]).

Važno je primijetiti da su proračunate razine vode prema kraju mjeranog intervala točnije te da pokazuju tendenciju približavanja, iz čega je logično zaključiti da će kod sporijih tranzijenata odnosno gotovo stacionarnog strujanja primijenjeni modeli biti još pouzdaniji. Dodatno to potvrđuje i vrlo visoka točnost proračunate razine vode u spremniku (točka G1, slika 6.).

##### 4.2. Analiza pogreške u proračunatim dubinama vode

Radi kvantifikacije točnosti ispitanih numeričkih modela, provedena je analiza pogreške proračunatih razina vodnog lica usporedbom dobivenih rezultata s eksperimentalnim podacima za zadana mjerna mjesta. Pogreška

je ocijenjena upotrebom kvadratne sredine koja se često rabi kao mjera točnosti modela. Kvadratna sredina odstupanja proračunatih dubina vode od izmjerenih vrijednosti izračunata je za svako mjerno mjesto po izrazu:

$$\Delta h_{KS} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=0}^N (h(t_i) - h_{\text{exp}}(t_i))^2}, \quad (10)$$

gdje su  $h(t_i)$  i  $h_{\text{exp}}(t_i)$  proračunata i izmjerena dubina vode u  $i$ -tom vremenskom trenutku, a  $N$  ukupni broj izmjerenih podataka u vremenskom nizu odnosno ukupni broj proračunatih međustanja. Pogreška  $\Delta h_{KS}$  i pripadna relativna pogreška prema najvećoj izmjerenoj dubini vode ( $\Delta h_{KS} / \hat{h}_{\text{exp}}$ ) izračunati su za svako pojedino mjerno mjesto i dani u tablici 1.

Tablica 1. Pogreška proračunatih dubina vode

Mjerno mjesto	2D model plitkih voda		3D model strujanja sa slobodnom površinom	
	$\Delta h_{KS}$ [m]	$\frac{\Delta h_{KS}}{\hat{h}_{\text{exp}}}$ [%]	$\Delta h_{KS}$ [m]	$\frac{\Delta h_{KS}}{\hat{h}_{\text{exp}}}$ [%]
G1	0,0068	1,17	0,0038	0,66
G2	0,0265	15,76	0,0140	8,35
G3	0,0152	13,14	0,0108	9,33
G4	0,0134	10,04	0,0116	8,70
G5	0,0123	7,96	0,0125	8,08
G6	0,0106	8,11	0,0137	10,44
G7	0,0126	9,87	0,0135	10,53
G8	0,0133	13,46	0,0105	10,57
G9	0,0089	8,72	0,0123	12,09
Srednja vrijednost	0,0133	9,80	0,0114	8,75

S obzirom na specifičnosti raznih ispitivanja i različite metodologije ispitivanja numeričkih modela, treba napomenuti da se ovako izračunata točnost modela ipak odnosi samo na zadani ispitni primjer i ne bi smjela biti shvaćena kao okvirna procjena opće točnosti primijenjenih modela.

## LITERATURA

- [1] Bermudez, A.; Vazquez, M. E.: *Upwind methods for hyperbolic conservation laws with source terms*, Computers & Fluids 23 (1994) 8, 1049-1071
- [2] Brufau, P.; Garcia-Navarro, P.: *Two-dimensional Dam Break Flow Simulation*, International Journal for Numerical Methods in Fluids 33 (2000) 1, 35-57
- [3] Brufau, P.; Garcia-Navarro, P.; Vazquez-Cendon, M. E.: *Zero mass error using unsteady wetting-drying conditions in shallow flows over dry irregular topography*, International Journal for Numerical Methods in Fluids 45 (2004) 10, 1047-1082
- [4] Brufau, P.; Vazquez-Cendon, M. E.; Garcia-Navarro, P.: *A numerical model for the flooding and drying of irregular domains*, International Journal for Numerical Methods in Fluids 39 (2002) 3, 247-275
- [5] CADAM, CD-ROM, ed. S. Soares Frazao, M. W. Morris, Y. Zech, Université Catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, 2000.
- [6] Družeta, S.: *Numeričke simulacije strujanja u vodotocima sa slobodnom površinom*, doktorska disertacija, Tehnički fakultet Sveučilišta u Rijeci, Rijeka, 2007.
- [7] *Fluent User's Guide*, Fluent Inc., 2006.
- [8] Hirt, C. W.; Nichols, B. D.: *Volume of Fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries*, Journal of Computational Physics 39 (1981) 1, 201-225
- [9] Soares Frazao, S.; Sillen, X.; Zech, Y.: *Dam-break Flow through Sharp Bends Physical Model and 2D Boltzmann Model Validation*, Proceedings of the CADAM meetings, Wallingford, Munich, Milan, Zaragoza, 1999.

Izračunate pogreške proračunatih dubina vode po mjernim točkama (tablica 1.) potvrđuju zaključke kvalitativne analize, a s obzirom da se radi o vrlo zahtjevnom nestacionarnom ispitnom primjeru, dobivene točnosti numeričkih modela mogu se smatrati vrlo visokima. Iako analiza pogreške pokazuje da su rezultati obaju modela približno jednake točnosti, treba istaknuti da 3D model strujanja sa slobodnom površinom očekivano daje nešto veću točnost rezultata.

## 5 Zaključak

Simulacije strujanja sa slobodnom površinom zahtjevno su i atraktivno područje računske dinamike fluida koje se intenzivno razvija unaprjeđenjem numeričkih postupaka i napretkom informatičke tehnologije.

Usporedbom i validacijom 2D modela plitkih voda i 3D Navier-Stokes modela strujanja sa slobodnom površinom na ispitnom primjeru rušenja brane u kanalu s pregibom od 45° pokazano je da oba modela daju visoku i približno jednaku točnost rezultata. S obzirom da se radi o nereduciranom modelu, 3D model strujanja sa slobodnom površinom ipak se potvrđuje kao nešto bolji i pokazuje nešto veću točnost, koja bi ugušćivanjem numeričke mreže trebala i dodatno rasti.

Na temelju provedenog istraživanja točnosti numeričkih modela može se ustvrditi da su i 2D model plitkih voda i 3D Navier-Stokes model dvofaznog strujanja sa slobodnom površinom vrlo uspješni u primjeni na zahtjevne nestacionarne probleme. Dok su 2D numerički modeli plitkih voda već dostigli visoki stupanj upotrebljivosti s obzirom na danas dostupne računalne resurse, 3D Navier-Stokes modeli strujanja sa slobodnom površinom će s budućim porastom računalnih kapaciteta zasigurno doživjeti sve širu primjenu u hidrotehničkoj praksi.