

Numerički model za statički i dinamički proračun zidanih konstrukcija

Jure Radnić, Alen Harapin, Domagoj Matešan, Boris Trogrlić, Marija Smilović, Nikola Grgić, Goran Baloević

Ključne riječi

zidane konstrukcije, statički proračun, dinamički proračun, numerički model, materijalna i geometrijska nelinearnost, interakcija tlo-konstrukcija

Key words

masonry structures, static analysis, dynamic analysis, numerical model, material and geometrical nonlinearity, soil-structure interaction

Mots clés

structures en maçonnerie, analyse statique, analyse dynamique, modèle numérique, non-linéarité matérielle et géométrique, interaction sol-structure

Ключевые слова

кладочные конструкции, статический расчет, динамический расчет, цифровая модель, материальная и геометрическая нелинейность, взаимодействие грунт-конструкция

Schlüsselworte

gemauerte Konstruktionen, statische Berechnung, dynamische Berechnung, numerisches Modell, materielle und geometrische Unlinearität, Interaktion Boden - Konstruktion

J. Radnić, A. Harapin, D. Matešan, B. Trogrlić, M. Smilović, N. Grgić, G. Baloević

Izvorni znanstveni rad

Numerički model za statički i dinamički proračun zidanih konstrukcija

Ukratko je opisana problematika proračuna zidanih konstrukcija. Razrađen je model za statički i dinamički proračun raznih tipova zidanih konstrukcija. Modelirani su najvažniji nelinearni efekti ponašanja takvih konstrukcija, pri čemu su uključeni različiti aspekti materijalne nelinearnosti, kontaktne problemi i geometrijska nelinearnost. Prikazana je mogućnost simulacije interakcije tlo-konstrukcija. Na tri riješena primjera pokazane su neke mogućnosti primjene opisanog modela.

J. Radnić, A. Harapin, D. Matešan, B. Trogrlić, M. Smilović, N. Grgić, G. Baloević

Original scientific paper

Numerical model for static and dynamic analysis of masonry structures

Problems encountered during analysis of masonry structures are briefly presented. A model for the static and dynamic analysis of various types of masonry structures is presented. Most significant nonlinear effects of behaviour exhibited by such structures are modelled, which includes various aspects of material nonlinearity, contact problems, and geometrical nonlinearity. The possibility of simulating the soil-structure interaction is presented. Some possible applications of the described model are shown on three solved examples.

J. Radnić, A. Harapin, D. Matešan, B. Trogrlić, M. Smilović, N. Grgić, G. Baloević

Ouvrage scientifique original

Modèle numérique pour l'analyse statique et dynamique des structures en maçonnerie

Les problèmes rencontrés au cours de l'analyse des structures en maçonnerie sont passés brièvement en revue. Un modèle pour l'analyse statique et dynamique de types divers des structures en maçonnerie est présenté. Les effets non-linéaires les plus importants du comportement de tels structures sont modélisés, ce qui inclut les aspects divers de non-linéarité matérielle, les problèmes de contact, et la non-linéarité géométrique. La possibilité de simulation de l'interaction entre le sol et la structure est présentée. Quelques applications possibles du modèle décrit sont présentées sur trois exemples résolus.

Џ. Раднич, А. Харарин, Д. Матешан, Б. Трогрлич, М. Смилевич, Н. Гргич, Г. Балоевич

Оригинална научна работа

Цифровая модель статического и динамического расчета кладочных конструкций

Приводится краткое описание проблематики расчета кладочных конструкций. Разработана модель статического и динамического расчета различных типов кладочных конструкций. Произведено моделирование важнейших нелинейных эффектов поведения таких конструкций, при чем включены различные аспекты материальной нелинейности, контактные проблемы и геометрическая нелинейность. Показана возможность симуляции взаимодействия грунт-конструкция. На трех решенных примерах показаны некоторые возможности применения описанной модели.

J. Radnić, A. Harapin, D. Matešan, B. Trogrlić, M. Smilović, N. Grgić, G. Baloević

Wissenschaftlicher Originalbeitrag

Numerisches Modell für statische und dynamische Berechnung gemauerter Konstruktionen

Kurz beschreibt man die Problematik der Berechnung gemauerter Konstruktionen. Erarbeitet ist ein Modell für die statische und dynamische Berechnung verschiedener Typen gemauerter Konstruktionen. Modelliert sind die wichtigsten unlinearen Effekte des Verhaltens solcher Konstruktionen, wobei verschiedene Aspekte materieller Unlinearität, Kontaktprobleme und geometrische Unlinearität eingeschlossen sind. Dargestellt ist die Möglichkeit der Simulation der Interaktion Boden - Konstruktion. An drei gelösten Beispielen zeigt man einige Anwendungsmöglichkeiten des beschriebenen Modells.

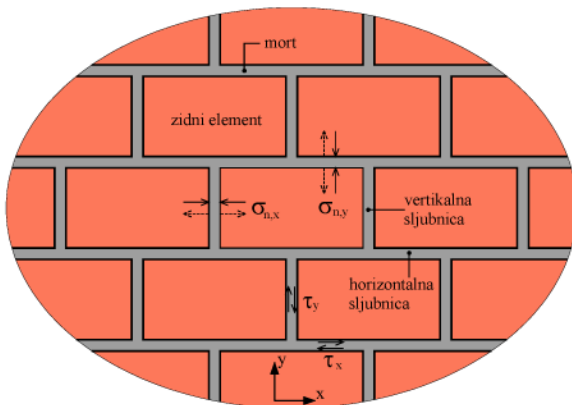
Autori: Prof. dr. sc. **Jure Radnić**; prof. dr. sc. **Alen Harapin**; doc. dr. sc. **Domagoj Matešan**; doc. dr. sc. **Boris Trogrlić**; **Marija Smilović**, dipl. ing. građ.; **Nikola Grgić**, dipl. ing. građ.; **Goran Baloević**, dipl. ing. građ., Sveučilište u Splitu, Građevinsko-arhitektonski fakultet, Split

1 Uvod

Zidane su građevine, a time i zidane konstrukcije, vjerojatno najbrojnije u povijesti graditeljstva. Jedna od njihovih glavnih prednosti jest jednostavna i brza gradnja. Zidanje se najčešće obavlja s pomoću predgotovljenih zidnih elemenata povezanih mortom.

Zidni su elementi najčešće od pečene gline, betona različite mase, kamena i sl. Vrlo su različitih geometrijskih i fizikalnih svojstava, s raznovrsnim međusobnim vezovima. Horizontalne i vertikalne sljubnice između elemenata najčešće su potpuno ili djelomično ispunjene mortom. Rabe se različiti mortovi (najčešće vapneni, vapneno-cementni i cementni), s različitim debljinama sloja i fizikalnim svojstvima materijala.

Na kvalitetu zidanih konstrukcija, osim kvalitete zidnih elemenata i morta, važan utjecaj ima i kvaliteta gradnje. Naime, za graničnu nosivost i deformabilnost zida važan utjecaj ima kvaliteta spoja između zidnog elementa i morta, odnosno razina prijenosa normalnih napreznja okomito na ravninu spoja i posmičnih napreznja u spojnoj ravnini (slika 1.).



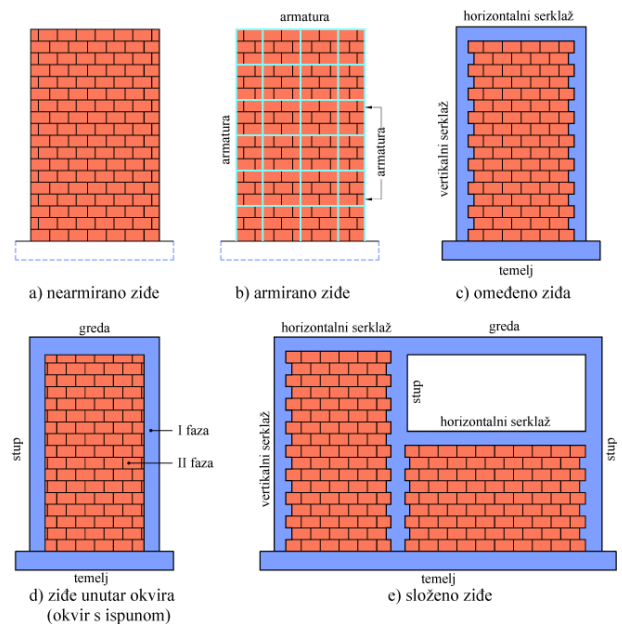
Slika 1. Prijenos normalnih (σ_n) i posmičnih (τ) napreznja na spoju zidnih elemenata i morta

Za prijenos normalnih tlačnih napreznja σ_n preko spojne ravnine mjerodavna je tlačna čvrstoća zidnog elementa ili morta. Pri tome je najčešće velika razlika u nosivosti i deformabilnosti horizontalnih i vertikalnih sljubnica. Vertikalna tlačna napreznja u zidu $\sigma_{n,y}$ najčešće su znatno veća od horizontalnih tlačnih napreznja $\sigma_{n,x}$ zbog djelovanja gravitacijskog opterećenja i zbog djelovanja horizontalnih sila (vjetar, potres). Tlačna je nosivost horizontalnih sljubnica pritom znatno veća od tlačne nosivosti vertikalnih sljubnica. One su najčešće samo djelomično ispunjene mortom, koji je zbog načina ugradnje obično manje čvrstoće i više deformabilan od morta u horizontalnim sljubnicama.

Za prijenos normalnih vlačnih napreznja okomito na sljubnicu mjerodavna je prionjivost morta i zidnog ele-

menta. Česti su slučajevi da mort i osobito zidni element imaju relativno veliku vlačnu čvrstoću, a da zbog kvalitete izvedbe morta prionjivost morta i elementa bude mala, odnosno da prijenos vlaka okomito na spojnu plohu bude malen. Pritom se također najčešće znatno razlikuju uvjeti u horizontalnim i vertikalnim sljubnicama. Kao što je već rečeno, izvedbena je kvaliteta istog morta i njegova prionjivost u horizontalnim sljubnicama obično veća nego u vertikalnim sljubnicama. Isto tako, u horizontalnim sljubnicama postoji predtlak od gravitacijskih opterećenja, dok su u vertikalnim sljubnicama tlačna napreznja od tih opterećenja zanemariva ili pak vlačna.

Također su različiti uvjeti prijenosa posmičnih napreznja u horizontalnim (τ_x) i vertikalnim (τ_y) sljubnicama. Razina prijenosa posmika u horizontalnim sljubnicama je veća zbog veće kvalitete morta i bolje prionjivosti, a osobito zbog povoljnog utjecaja tlačnog napreznja okomito na spojnu plohu.



Slika 2. Uobičajeni tipovi zida

Anizotropiji zida pridonosi i činjenica da zidni elementi često imaju šupljine u vertikalnom smjeru.

Sukladno [1, 2], terminološki se razlikuju sljedeći tipovi zida (slika 2.):

- (i) Nearmirano zide (slika 2.a).
- (ii) Armirano zide (slika 2.b), s armaturom u horizontalnim i/ili vertikalnim sljubnicama (vertikalna armatura može se postaviti samo ako zidni elementi imaju velike vertikalne šupljine).
- (iii) Omeđeno zide (slika 2.c) jest nearmirano zide omeđeno (opasano) vertikalnim serklažima, horizontalnim serklažima i temeljima.

(iv) Naknadno izvedeno ziđe između prethodno izvedenih armiranobetonskih greda i stupova (slika 2.d)- tzv. okviri s ispunom.

U praksi se sve češće susreće "poseban slučaj" omeđenog zida kod kojeg se na dijelu zidova, umjesto vertikalnih i/ili horizontalnih serklaža, izvode obični armiranobetonski stupovi i/ili grede (slika 2.e).

Zidane konstrukcije redovito imaju složenije ponašanje i zahtijevaju složenije inženjerske proračune i složenije numeričke modele od "čistih" betonskih konstrukcija.

Osnove inženjerskog proračuna zidanih konstrukcija mogu se, primjerice, naći u [1, 2]. Iako postoje brojni numerički modeli za statički i dinamički proračun zidanih konstrukcija, još uvijek nema općeprihvaćenoga numeričkog modela koji bi bio dostatno pouzdan i jednostavan za praktičnu primjenu. Neki numerički modeli za proračun zidanih konstrukcija mogu se, primjerice, naći u [3-7].

Ako se želi što realističniji proračun zidanih konstrukcija, nužno je uključiti brojne nelinearne efekte ponašanja zida, armiranog betona i tla, kao što su na primjer:

- popuštanje zida u tlaku, otvaranje pukotina u zidu u vlaklu, mehanizam otvaranja i zatvaranja pukotina u zidu pri cikličkom opterećenju, posmično popuštanje zida, anizotropna svojstva čvrstoće i krutosti zida u horizontalnom i vertikalnom smjeru, vlačna i posmična krutost ispucanog zida,
- popuštanje betona u tlaku, otvaranje pukotina u betonu u vlaklu, mehanizam otvaranja i zatvaranja pukotina u betonu pri dinamičkom opterećenju, vlačnu i posmičnu krutost ispucanog betona,
- utjecaj brzine deformacije na svojstva zida, armiranog betona i tla kod dinamičkog opterećenja,
- popuštanje tla ispod temelja,
- interakcija zid-tlo pri dinamičkom opterećenju,
- način građenja, redoslijed izvođenja zida i serklaža (okvira) i sl.

U ovom je radu prikazan numerički model za statički i dinamički proračun dvodimenzijskih (ravninskih) zidanih konstrukcija koji uključuje sve prethodno navedene nelinearne efekte njihova ponašanja.

2 Jednadžba ravnoteže i diskretizacija konstrukcije

2.1 Prostorna diskretizacija

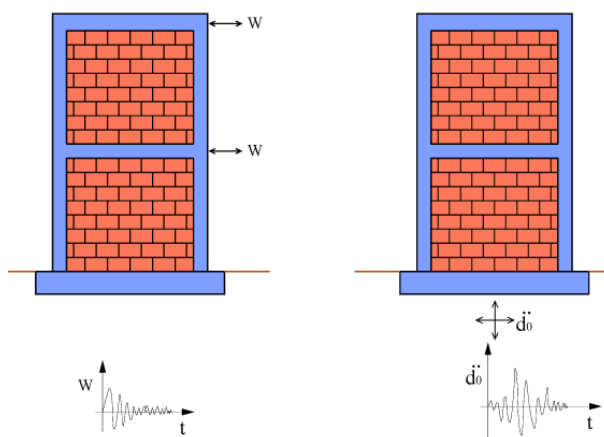
Prostornom diskretizacijom i primjenom metode konačnih elemenata, jednadžba dinamičke ravnoteže zidane konstrukcije može se napisati u obliku

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}(\dot{\mathbf{u}}) + \mathbf{R}(\mathbf{u}) = \mathbf{f} \quad (1)$$

gdje su \mathbf{u} nepoznati čvorni pomaci, $\dot{\mathbf{u}}$ brzine i $\ddot{\mathbf{u}}$ ubrzanja; \mathbf{M} je matrica masa, \mathbf{C} matrica prigušenja i $\mathbf{R}(\mathbf{u})$ vektor unutrašnjih čvornih sila; \mathbf{f} je vektor vanjskih čvornih sila, koji može biti primjerice generiran od djelovanja vjetra, stroja i sl. ($\mathbf{f} = \mathbf{F}(t)$) ili od djelovanja potresa ($\mathbf{f} = \mathbf{M}\ddot{\mathbf{d}}_0(t)$) (slika 3.). Pri tome je $\ddot{\mathbf{d}}_0$ vektor ubrzanja podloge, a t vrijeme. Vektor unutrašnjih sila $\mathbf{R}(\mathbf{u})$ može se napisati u obliku:

$$\mathbf{R}(\mathbf{u}) = \mathbf{K}\mathbf{u} \quad ; \quad \mathbf{K} = \partial \mathbf{R} / \partial \mathbf{u} \quad (2)$$

gdje je \mathbf{K} matrica krutosti konstrukcije.



3.1 Vanjska sila (vjetar i sl.)

3.2 Ubrzanje podloge (potres)

Slika 3. Dinamička opterećenja

Za rješenje svojstvene zadaće problema, koja je nužna za provedbu dinamičkog proračuna (određivanje duljine vremenskog inkrementa pri vremenskoj integraciji jednadžbe gibanja), jednadžba (1) svodi se na:

$$\mathbf{K}\mathbf{x} = \lambda \mathbf{x} \quad (3)$$

gdje je \mathbf{x} svojstveni vektor i λ svojstvena vrijednost. Svojstvena je zadaća ovdje riješena WYD metodom [8].

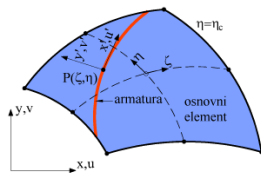
Za statičke se probleme (1) svodi na

$$\mathbf{R}(\mathbf{u}) = \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (4)$$

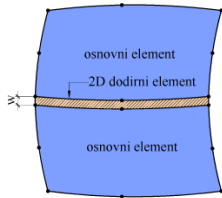
gdje je \mathbf{f} vanjsko statičko (mirno) opterećenje.

Za prostornu diskretizaciju konstrukcije, koja se ovdje aproksimira stanjem ravninskog naprezanja, primjenjuju se 8-čvorni (engl. *serendipity*) elementi (slika 4.a). Pod konstrukcijom se podrazumijeva područje konstrukcije izvedeno od nearmiranog ili armiranog betona, nearmiranog ili armiranog zida te tlo ispod temelja. Armatura unutar 2D elementa simulirana je s pomoću 1D šipkastog elementa koji pridonosi ukupnoj krutosti 2D elementa. Pretpostavlja se da nema proklizavanja armaturnih šipki.

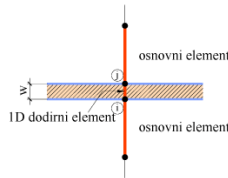
Za modeliranje spoja tla i temelja ili morta i zida rabe se dodirni (kontaktne) elementi (slika 4.b).



a) Osnovni 2D osmočvorni (eng "serendipity") element za armirani beton, zide i tlo



b.1 2D dodirni šestočvorni element



b.2 1D dodirni dvočvorni element

Slika 4. Konačni elementi za zidanu konstrukciju

Mogu se primijeniti 2D (plošni) šestočvorni dodirni elementi konačno male debljine w (slika 4.b1) za simulaciju kontinuiranog spoja između "osnovnih" 8-čvornih elemenata ili 1D (štapni) dvočvorni dodirni elementi (slika 4.b2) za simulaciju diskretnoga (točkastoga) spoja ravninskih elemenata (primjerice za armaturu koja prolazi preko spojne plohe). 2D dodirni elementi mogu simulirati klizanje, odvajanje i utiskivanje na plohi spoja, a na temelju usvojenog modela ponašanja materijala dodirnog elementa. 1D dodirni elementi mogu preuzeti uzdužne sile i posmik, prema usvojenom modelu ponašanja materijala. Zglobno su vezani na krajevima, sa dva stupnja slobode (pomaka) u čvornim točkama.

2.2 Vremenska diskretizacija

Za rješenje jednadžbe (1) rabi se implicitni, eksplicitni ili implicitno-eksplicitni Newmarkov algoritam koji je u iterativnom obliku razvio Hughes [9] i koji je implementiran u [10].

Kod implicitnog algoritma jednadžba ravnoteže (1) zadovoljena je u vremenu $t_{n+1}=t_n+\Delta t$, odnosno u (n+1) vremenskom inkrementu.

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}_{n+1} + \mathbf{R}(\mathbf{u}_{n+1}, \dot{\mathbf{u}}_{n+1}) = \mathbf{f}_{n+1} \quad (5)$$

pri čemu su

$$\mathbf{u}_{n+1} = \bar{\mathbf{u}}_{n+1} + \beta \Delta t^2 \ddot{\mathbf{u}}_n \quad (6)$$

$$\dot{\mathbf{u}}_{n+1} = \bar{\dot{\mathbf{u}}}_{n+1} + \gamma \Delta t \ddot{\mathbf{u}}_n$$

$$\bar{\mathbf{u}}_{n+1} = \mathbf{u}_n + \Delta t \dot{\mathbf{u}}_n + 0,5(1-2\beta)\Delta t^2 \ddot{\mathbf{u}}_n \quad (7)$$

$$\bar{\dot{\mathbf{u}}}_{n+1} = \dot{\mathbf{u}}_n + (1-\gamma) \Delta t \ddot{\mathbf{u}}_n$$

U gornjim izrazima Δt je prirast vremena, a n je vremenski inkrement; $\bar{\mathbf{u}}_{n+1}$ i $\bar{\dot{\mathbf{u}}}_{n+1}$ su pretpostavljene, a

\mathbf{u}_{n+1} i $\dot{\mathbf{u}}_{n+1}$ korigirane vrijednosti pomaka i brzina; β i γ su parametri koji određuju stabilnost i točnost metode [10].

Tablica 1. Newmarkov implicitni algoritam iterativnog rješenja problema

(1)	Za vremenski korak (n+1) staviti iteracijski korak $i=1$
(2)	Proračunati vektore pretpostavljenih pomaka, brzina i ubrzanja na početku vremenskog koraka s pomoću poznatih vrijednosti iz prethodnog vremenskog koraka: $\mathbf{u}_{n+1}^1 = \bar{\mathbf{u}}_{n+1}$ $\dot{\mathbf{u}}_{n+1}^1 = \bar{\dot{\mathbf{u}}}_{n+1}$ $\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}^1 = (\mathbf{u}_{n+1}^1 - \bar{\mathbf{u}}_{n+1})/(\beta\Delta t^2)$
(3)	Proračunati efektivne rezidualne sile $(\mathbf{f}^*)^i$: $(\mathbf{f}^*)^i = \mathbf{f}_{n+1} - \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}^i - \mathbf{R}(\mathbf{u}_{n+1}^i, \dot{\mathbf{u}}_{n+1}^i)$
(4)	Proračunati matricu efektivne krutosti \mathbf{K}_τ^* (ako je potrebno): $\mathbf{K}_\tau^* = \frac{\mathbf{M}}{\beta\Delta t^2} + \gamma \frac{\mathbf{C}_\tau}{\beta\Delta t} + \mathbf{K}_\tau$
(5)	Proračunati vektor prirasta pomaka $\Delta \mathbf{u}^i$: $\mathbf{K}_\tau^* \Delta \mathbf{u}^i = (\mathbf{f}^*)^i$
(6)	Korigirati pretpostavljene vrijednosti pomaka, brzina i ubrzanja: $\mathbf{u}_{n+1}^{i+1} = \mathbf{u}_{n+1}^i + \Delta \mathbf{u}^i$ $\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}^{i+1} = (\mathbf{u}_{n+1}^{i+1} - \bar{\mathbf{u}}_{n+1})/(\beta\Delta t^2)$ $\dot{\mathbf{u}}_{n+1}^{i+1} = \dot{\mathbf{u}}_{n+1}^i + (\gamma\Delta t)\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}^{i+1}$
(7)	Kontrolirati konvergenciju postupka: – Ako $\Delta \mathbf{u}^i$ zadovoljava kriterij konvergencije: $\ \Delta \mathbf{u}^i\ / \ \mathbf{u}_{n+1}^{i+1}\ \leq \epsilon_n$ prelazi se na sljedeći vremenski korak (zamijeni se "n" s "n+1" i ide na korak rješenja (1)). Rješenje u vremenu t_{n+1} je: $\mathbf{u}_{n+1} = \mathbf{u}_{n+1}^{i+1}$ $\dot{\mathbf{u}}_{n+1} = \dot{\mathbf{u}}_{n+1}^{i+1}$ $\ddot{\mathbf{u}}_{n+1} = \ddot{\mathbf{u}}_{n+1}^{i+1}$ – Ako kriterij konvergencije nije zadovoljen, iteracijski postupak s korekcijom pomaka, brzina i ubrzanja se nastavlja (zamijeni se "i" s "i+1" te ide na korak rješenja (3)).

Tablica 2. Newmarkov eksplicitni algoritam iterativnog rješenja problema

(1)	Za vremenski korak (n+1) staviti iteracijski korak i=1
(2)	Proračunati vektore pretpostavljenih pomaka, brzina i ubrzanja na početku vremenskog koraka s pomoću poznatih vrijednosti iz prethodnog vremenskog koraka: $\mathbf{u}_{n+1}^1 = \bar{\mathbf{u}}_{n+1}$ $\dot{\mathbf{u}}_{n+1}^1 = \bar{\dot{\mathbf{u}}}_{n+1}$ $\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}^1 = (\mathbf{u}_{n+1}^1 - \bar{\mathbf{u}}_{n+1}) / (\beta \Delta t^2)$
(3)	Proračunati efektivne rezidualne sile $(\mathbf{f}^*)^i$: $(\mathbf{f}^*)^i = \mathbf{f}_{n+1} - \mathbf{R}(\mathbf{u}_{n+1}^i, \dot{\mathbf{u}}_{n+1}^i)$
(4)	Proračunati matricu efektivne krutosti \mathbf{K}^* (ako je potrebno): $\mathbf{K}^* = \frac{\mathbf{M}}{\beta \Delta t^2}$ <p>Napomena: Budući da je matrica masa \mathbf{M} konstantna, matricu efektivne krutosti \mathbf{K}^* dovoljno je proračunati samo jednom na početku postupka rješenja. Također je vidljivo da treba biti $\beta > 0$.</p>
(5)	Proračunati vektor prirasta pomaka $\Delta \mathbf{u}^i$: $\mathbf{K}^* \Delta \mathbf{u}^i = (\mathbf{f}^*)^i$
(6)	Korigirati pretpostavljene vrijednosti pomaka, brzina i ubrzanja: $\mathbf{u}_{n+1}^{i+1} = \mathbf{u}_{n+1}^i + \Delta \mathbf{u}_{n+1}^i$ $\ddot{\mathbf{u}}_{n+1}^{i+1} = (\mathbf{u}_{n+1}^{i+1} - \bar{\mathbf{u}}_{n+1}) / (\beta \Delta t^2)$ $\dot{\mathbf{u}}_{n+1}^{i+1} = \dot{\mathbf{u}}_{n+1}^i + (\gamma \Delta t) \ddot{\mathbf{u}}_{n+1}^{i+1}$
(7)	Kontrolirati konvergenciju postupka. Kod eksplicitnog postupka s jednokratnom korekcijom rezultata kontrola konvergencije nije potrebna, već se direktno prelazi na sljedeći vremenski korak. Kod višekratne korekcije rezultata, potrebno je kontrolirati konvergenciju postupka kako je to opisano u tablici 1.

Uvrštavanjem (6) i (7) u (5), te uvođenjem inkrementalno-iterativnog postupka rješavanja općega nelinearnog problema, dobiva se tzv. efektivni statički problem $\mathbf{K}_\tau^* \Delta \mathbf{u} = (\mathbf{f}^*)^i$ (8)

gdje se matrica efektivne tangentne krutosti \mathbf{K}_τ^* računa u vremenu τ s pomoću

$$\mathbf{K}_\tau^* = \frac{\mathbf{M}}{\beta \Delta t^2} + \gamma \frac{\mathbf{C}_\tau}{\beta \Delta t} + \mathbf{K}_\tau \quad (9)$$

a vektor efektivnog opterećenja \mathbf{f}^* s pomoću

$$\mathbf{f}^* = \mathbf{f}_{n+1} - \mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}_{n+1}^i - \mathbf{R}(\mathbf{u}_{n+1}^i, \dot{\mathbf{u}}_{n+1}^i) \quad (10)$$

U gornjim izrazima n označava vremenski korak, a i iteracijski inkrement; $\Delta \mathbf{u}$ je vektor prirasta pomaka. Newmarkov implicitni algoritam iterativnog rješenja problema prikazan je u tablici 1. [10].

Newmarkov eksplicitni algoritam iterativnog rješenja problema može se napisati u obliku

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}_{n+1} + \mathbf{R}(\bar{\mathbf{u}}_{n+1} + \bar{\dot{\mathbf{u}}}_{n+1}) = \mathbf{f}_{n+1} \quad (11)$$

Ovaj je algoritam prikazan u tablici 2. [10]. Kod eksplicitnih je metoda jednačba dinamičke ravnoteže zadovoljena u vremenu t_n , a nepoznate se varijable računaju u vremenu $t_{n+1} = t_n + \Delta t$. Osnovna je prednost ovih metoda mali broj i jednostavnost računskih operacija unutar svakoga vremenskog koraka. Njihov glavni nedostatak jest da nisu bezuvjetno stabilne. Stoga se proračunska prednost eksplicitnih metoda često kompenzira činjenicom da su nužni mali vremenski inkrementi kada su u sustavu prisutni neki kruti (mali) elementi. Ove metode često nisu efikasne pri uporabi krutih dodirnih elemenata.

Moguća je istovremena uporaba implicitnoga i eksplicitnoga Newmarkova algoritma [10]. Naime, područje konstrukcije s krućim elementima efikasno je integrirati s implicitnim, a područje konstrukcije s mekšim elementima s eksplicitnim algoritmom.

3 Model materijala

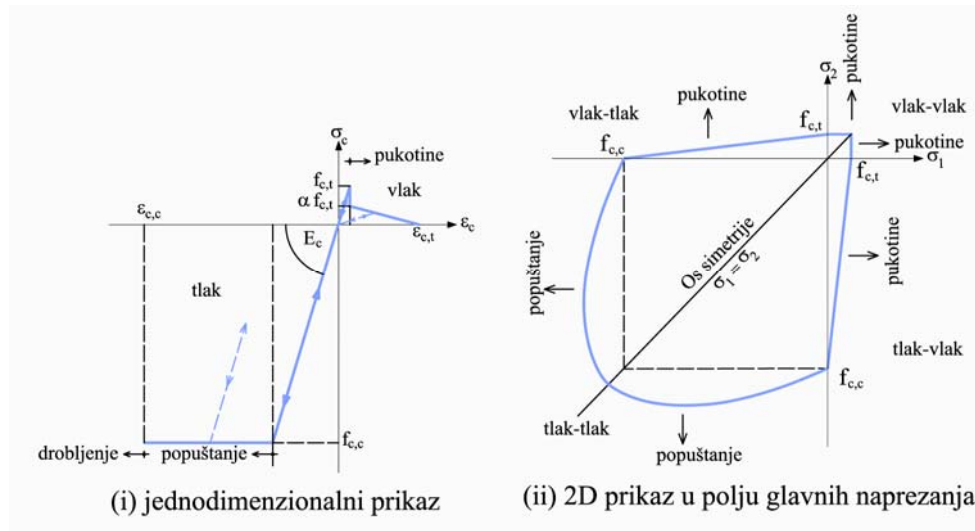
Primjena što adekvatnijih modela materijala najznačajnija je za što realističniju simulaciju ponašanja zidova pod statičkim i dinamičkim opterećenjem, odnosno za uključivanje dominantnih nelinearnih efekata ponašanja zidanih konstrukcija. Ovdje primijenjeni modeli materijala za pojedine dijelove zidane građevine (armirani beton, žide, tlo) ukratko su opisani u nastavku.

3.1 Model ponašanja armiranog betona

Prikazani se model primjenjuje za simulaciju ponašanja dijelova zidane građevine koji su izgrađeni od betona ili armiranog betona (serklaži, temelji, stupovi, nadvojni, grede i sl.) Taj je model prethodno razvijen za statički i dinamički proračun klasičnih armiranobetonskih konstrukcija [10] i ovdje će se samo ukratko opisati.

3.1.1 Model ponašanja betona

Usvojen je prilično jednostavan model ponašanja, koji se temelji na osnovnim parametrima betona, za simulaciju problema kod kojih nelinearnosti prvenstveno nas-



Slika 5. Grafički prikaz usvojenog modela ponašanja betona

taju zbog raspucavanja betona u vlak u i popuštanja betona u tlaku. Grafički prikaz usvojenog modela ponašanja betona prikazan je na slici 5.

A Model ponašanja betona u tlaku

Za opis ponašanja betona u tlaku rabi se teorija plastičnosti, s definiranim uvjetom popuštanja, pravilom popuštanja i pravilom ojačanja te uvjetom drobljenja [10].

Pretpostavlja se da je beton pri malom napreznju homogen i izotropan te da je veza napreznje-deformacija linearno - elastična. Veza prirasta napreznja Δσ_c i prirasta deformacije Δε_c dana je s pomoću

$$\Delta\sigma_c = \mathbf{D}_c \Delta\epsilon_c \tag{12}$$

gdje je **D** matrica elastičnih konstanti betona. Linearno-elastično ponašanje vrijedi sve dok nije zadovoljen uvjet popuštanja. Poradi jednostavnosti i zadovoljavajuće točnosti, primjenjuje se Von Misesov uvjet popuštanja izražen komponentama napreznja:

$$F(\sigma_c) = (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_x \sigma_y + 3\tau_{xy}^2)^{1/2} - f_{c,c} = 0 \tag{13}$$

gdje je f_{c,c} ekvivalentna jednoosna tlačna čvrstoća betona. Nakon što je zadovoljen uvjet popuštanja (13), pretpostavlja se potpuno plastično ponašanje.

Uvjet drobljenja betona definiran je u funkciji komponenti deformacija, kao

$$F_\epsilon(\epsilon_c) = (\epsilon_x^2 + \epsilon_y^2 - \epsilon_x \epsilon_y + 0,75\gamma_{xy}^2)^{1/2} - \epsilon_{c,c} = 0 \tag{14}$$

gdje je ε_{c,c} ekvivalentna jednoosna granična tlačna deformacija betona (obično se uzima između -0,0035 i -0,005). Kada je zadovoljen uvjet drobljenja, pretpostavlja se da beton nema nikakvu krutost. Slom betona u jednoj ili

više integracijskih točaka redovito ne znači i slom čitave konstrukcije.

B Model ponašanja betona u vlak u

Na početku se također pretpostavlja linearno-elastično ponašanje sve dok nije zadovoljen uvjet nastanka pukotina

$$\sigma_1 \geq f_{c,t} \text{ i/ili } \sigma_2 \geq f_{c,t}$$

u području vlak-vlak, odnosno uvjet

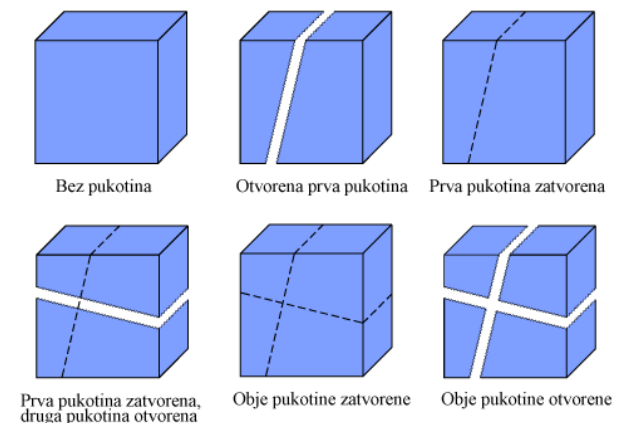
$$(f_{c,t} - \sigma_1) / f_{c,t} \geq \sigma_2 / f_{c,c} \text{ ili}$$

$$\sigma_1 f_{c,c} + \sigma_2 f_{c,t} \leq f_{c,c} f_{c,t}$$

u području vlak-tlak.

Pretpostavlja se da pukotine nastaju u ravnini okomitoj na pravac glavnih napreznja σ₁, σ₂ te da nakon njihova nastanka beton ostaje kontinuum.

Pukotine se modeliraju kao "raspodijeljene" ("razmazane"), čime se zanemaruje stvarni diskontinuitet pomaka i topologija idealizirane konstrukcije ostaje nepromijenjena nakon raspucavanja betona. Nakon otvaranja pukotine, pretpostavlja se da njezin položaj ostaje nepromijenjen za iduća opterećenja i rasterećenja. Nakon pojave pukotine beton postaje anizotropan, a smjer pukotine određuje glavne smjerove anizotropije. Modelira se djelomično i potpuno zatvaranje otvorenih pukotina, kao i ponovno otvaranje prije zatvorenih pukotina. Prijenos tlačnog napreznja preko potpuno zatvorene pukotine modelira se kao i za beton bez pukotine. Nakon ponovnog otvaranja pukotine više se ne računa s vlačnom krutosti puknutog betona. Moguća stanja pukotina u betonu prikazana su na slici 6. Model pukotina prikazan je na slici 7.



Slika 6. Moguća stanja pukotina u betonu

Veza naprezanje-deformacija raspucalog betona može se napisati u obliku

$$\sigma_c^* = D_c^* \varepsilon_c^* \quad (17)$$

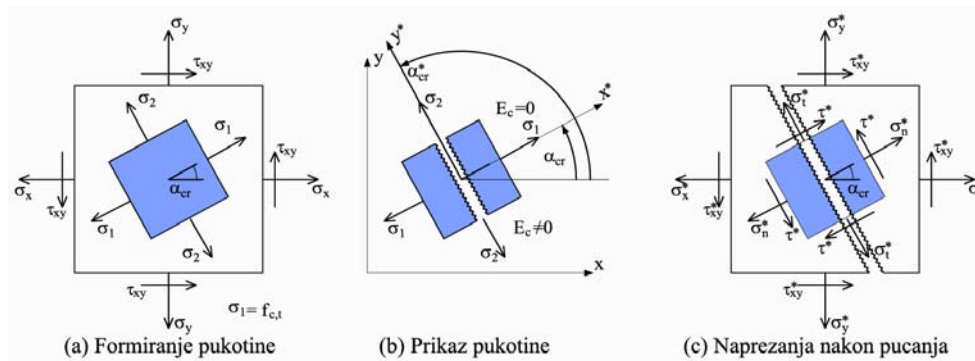
gdje D_c^* označava matricu "elastičnih" konstanti raspucalog betona. Vektori naprezanja

$$\sigma_c^* = [\sigma_n^*, \sigma_t^*, \tau_{nt}^*]^T$$

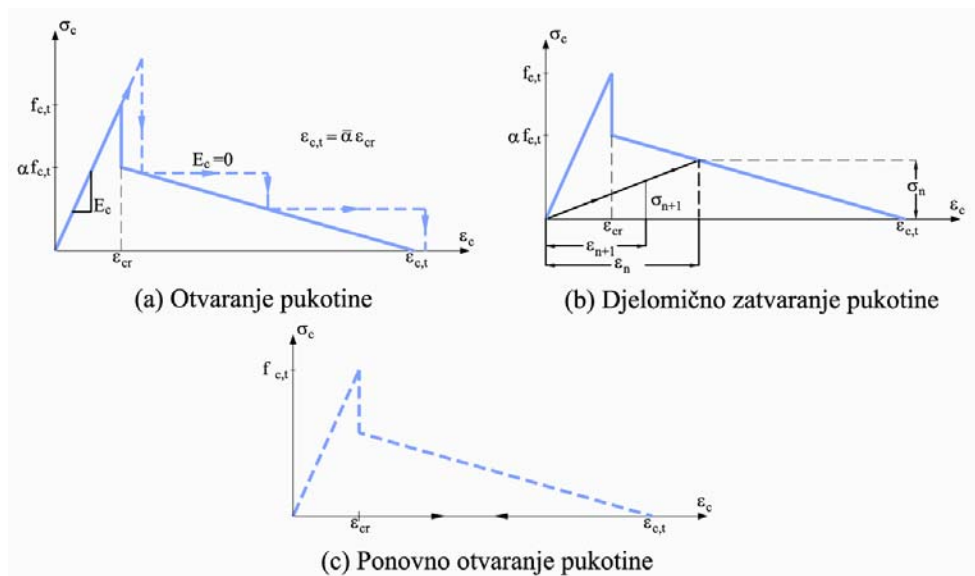
i deformacija $\varepsilon_c^* = [\varepsilon_n^*, \varepsilon_t^*, \gamma_{nt}^*]^T$ imaju komponente u skladu s lokalnim koordinatnim sustavom (slika 7.c).

Za ravninsko stanje naprezanja, veza naprezanje-deformacija za beton s jednom pukotinom u smjeru osi y^* jest oblika

$$\begin{bmatrix} \sigma_n^* \\ \sigma_t^* \\ \tau_{nt}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & E_c & 0 \\ 0 & 0 & G_c^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_n^* \\ \varepsilon_t^* \\ \gamma_{nt}^* \end{bmatrix} \quad (18)$$



Slika 7. Model pukotina



Slika 8. Veza naprezanje-deformacija za beton nakon pojave pukotine

Za beton s dvije pukotine, matrica D_c^* jest oblika

$$D_c^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & G_c^* \end{bmatrix} \quad (19)$$

gdje je E_c modul elastičnosti betona, a G_c^* proračunski modul posmika betona s pukotinama.

B.1. Modeliranje vlačne krutosti betona s pukotinama

Utjecaj vlačne krutosti betona s pukotinama simulira se postupnim smanjenjem komponenata vlačnog naprezanja okomito na ravninu pukotine, sukladno vezi naprezanje-deformacija za jednoosno stanje (slika 8.). U trenutku pojave pukotine, čemu odgovara $\sigma_1 = f_{c,t} = E_c \varepsilon_{cr}$, normalno se naprezanje okomito na ravninu pukotine smanjuje na $\sigma_n^* = \alpha f_{c,t}$.

Kada deformacija okomito na ravninu pukotine premaši $\varepsilon_{c,t}$, usvaja se $\sigma_n^* = 0$. Granična deformacija $\varepsilon_{c,t}$ jest:

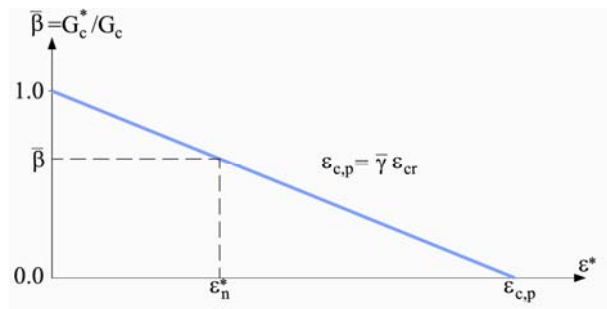
$$\varepsilon_{c,t} = \bar{\alpha} \varepsilon_{cr} \quad (20)$$

gdje je ε_{cr} deformacija pri pojavi pukotine, a $\bar{\alpha}$ odabrani koeficijent (obično vrijednosti 5 – 25).

B.2. Modeliranje posmične krutosti betona s pukotinama

Sukladno usvojenom modelu raspodijeljenih pukotina, posmična krutost betona s pukotinama simulira se postupnom redukcijom modula posmika betona G_c , ovisno o veličini vlačne deformacije okomito na ravninu pukotine ε_n^* . Naime, modul posmika betona s pukotinama G_c^* definiran je sa (slika 9.)

$$G_c^* = \bar{\beta} G_c \quad (21)$$



Slika 9. Model posmične krutosti betona s pukotinama

gdje je $\bar{\beta}$ koeficijent definiran s pomoću

$$\bar{\beta} = 1 - \varepsilon_n^* / \varepsilon_{c,p} \quad \text{za } \varepsilon_n^* \leq \varepsilon_{c,p} \quad (22)$$

$$\bar{\beta} = 0 \quad \text{za } \varepsilon_n^* > \varepsilon_{c,p}$$

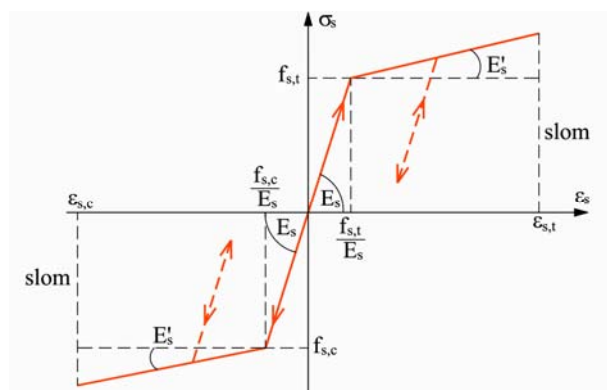
pri čemu je $\varepsilon_{c,p}$ granična deformacija okomito na ravninu pukotine iznad koje nema zahvaćanja agregata, odnosno iznad koje nema prijenosa posmika. Ona se može napisati u obliku

$$\varepsilon_{c,p} = \bar{\gamma} \varepsilon_{cr} \quad (23)$$

Empirijski koeficijent $\bar{\gamma}$ obično se uzima između 10 i 35 odnosno $\varepsilon_{c,p}$ se najčešće uzima između 0,001 i 0,004 [10].

3.1.2 Model ponašanja armature

Armatura se simulira zasebnim štapnim elementima u okviru osnovnog elementa betona (slika 4.a). Matrica krutosti cijelog elementa dobiva se zbrajanjem doprinosa krutosti svih šipki armature i krutosti osnovnoga betonskog elementa. Usvojena veza naprezanje-deformacija za betonski čelik prikazana je na slici 10. Na njoj su $f_{s,c}$ i $f_{s,t}$ jednoosna tlačna i jednoosna vlačna čvrstoća čelika; $\varepsilon_{s,c}$ i $\varepsilon_{s,t}$ su jednoosna tlačna i jednoosna vlačna



Slika 10. Veza naprezanje-deformacija za betonski čelik (armaturu)

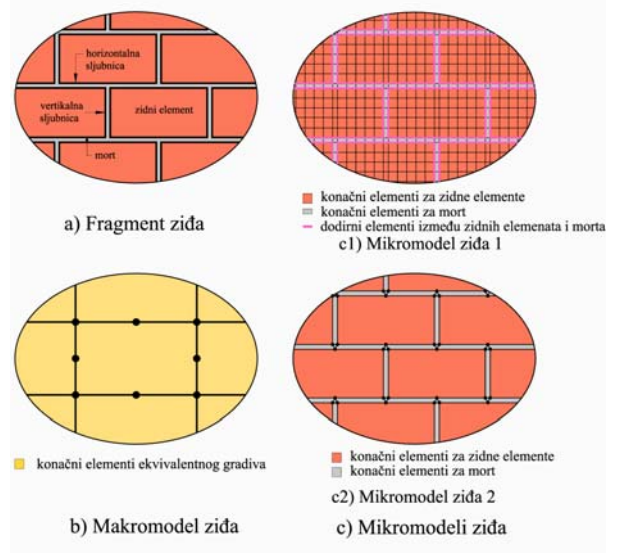
proračunska deformacija čelika pri slomu; E_s i E'_s su proračunski moduli elastičnosti armature. Dakle, usvojena je klasična bilinearna veza, s linearnim ponašanjem u rasterećenju.

3.2 Model ponašanja zida

3.2.1. Općenito

Radi što adekvatnijeg simuliranja zida, korisno je još jednom napomenuti da je ono na makrorazini različitih fizikalno-mehaničkih svojstava, nehomogeno i anizotropno. Zidni elementi uglavnom imaju različite čvrstoće i krutosti u vertikalnom i horizontalnom smjeru. Mort često ima bitno različita svojstva u odnosu na zidne elemente. Horizontalne sljubnice često nisu ravnomjerno i potpuno ispunjene mortom, dok su vertikalne sljubnice obično samo djelomično ispunjene mortom ili su kod manje važnih gradnji čak i "prazne". Osim kvalitete morta u sljubnici, važna je kvaliteta veze (prionjivost) morta i zidnog elementa. Kvaliteta izvedbe obično nije podjednaka na čitavoj plohi zida. Stoga i kvaliteta zida, koji uključuje sve svoje sastavne dijelove, njihove spojeve (sljubnice) i različite materijale, nije ujednačena.

U okviru statičkih i dinamičkih proračuna zidanih konstrukcija, najčešće se primjenjuju dva globalna numerička modela zida: makromodel i mikromodel (slika 11.).



Slika 11. Neki modeli zida

(i) Makromodel zida (slika 11.b) – kod kojeg se složena struktura, kvaliteta i izvedba zida od različitih materijala na makro (globalnoj) razini aproksimira reprezentativnim (zamjenjujućim) materijalom, takvih fizikalno-mehaničkih svojstava da što bolje opiše graničnu nosivost, sigurnost, deformabilnost i oštećenja stvarno-

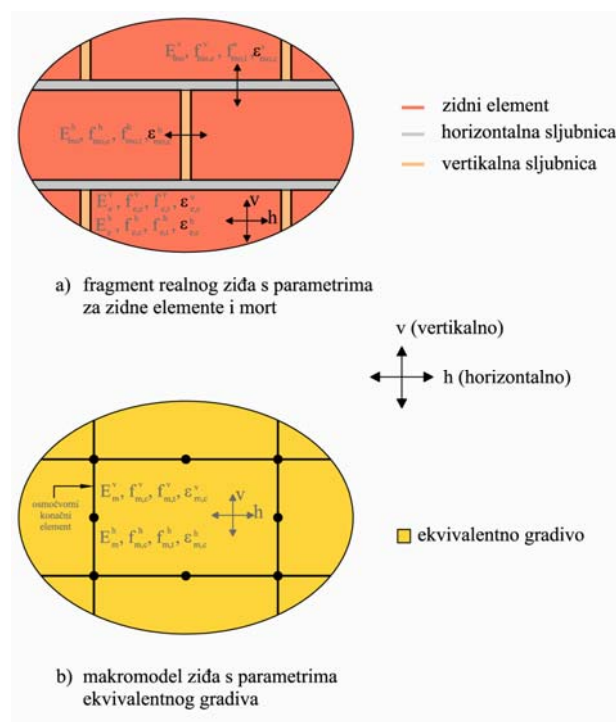
ga složenog zida. Takvim se pristupom omogućavaju veći konačni elementi (grublja diskretizacija) i smanjuje broj nepoznanica u sustavu, odnosno znatno ubrzava proračun konstrukcije.

(ii) **Mikromodel zida** (slika 11.c) – kod kojeg se prostorna diskretizacija zida obavlja na razini zidnog elementa i morta (sljubnice), a kod još preciznijih proračuna simulira se i spoj morta i zidnog elementa dodirnim elementima. Moguće je koristiti se različitim mikromodelima zida, različite preciznosti, složenosti i trajanja proračuna. U odnosu na makromodel zida, mikromodeli zida daju preciznije rezultate i precizniju lokaciju pojave popuštanja i oštećenja u zidu, ali uz znatno složenije i dugotrajnije proračune. Kako obično nisu poznata stvarna svojstva morta te spoja morta i zidnih blokova na čitavoj površini konstrukcije, a osobito zbog realne prostorne veličine problema i dugotrajnog vremenskog proračuna, mikromodeli zida se rjeđe primjenjuju. Oni se uglavnom rabe za manje prostorne probleme te za verifikaciju statičkih i dinamičkih eksperimentalnih ispitivanja zidova.

U nastavku će se ukratko opisati makromodel i mikromodel zida koji su razvijeni u ovom radu.

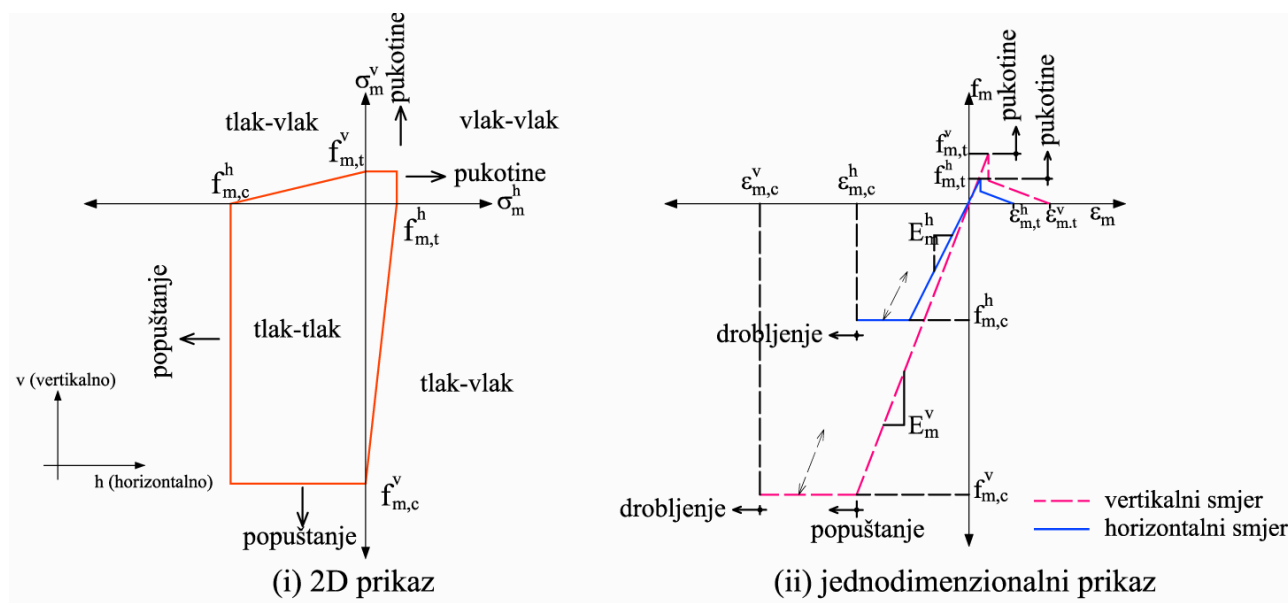
3.2.2 Makromodel zida

U ovom modelu posebnu pažnju treba posvetiti definiranju adekvatnih fizikalno-mehaničkih parametara zamjenjujućega idealiziranoga materijala zida, koje reprezentira svojstva zidnih blokova, morta u horizontalnim i vertikalnim sljubnicama te karakteristike spoja morta i zidnih elemenata. Predloženi model uključuje anizotropna svojstva zida, s različitim vrijednostima modula elastičnosti E_m , čvrstoća (tlačna $f_{m,c}$, vlačna $f_{m,t}$, posmična $f_{m,p}$) i deformacija pri slomu (tlačna $\epsilon_{m,c}$, vlačna $\epsilon_{m,t}$) za horizontalni (h) i vertikalni (v) smjer (slika 12.).



Slika 12. Grafički prikaz anizotropnog makromodela zida

tičnosti E_m , čvrstoća (tlačna $f_{m,c}$, vlačna $f_{m,t}$, posmična $f_{m,p}$) i deformacija pri slomu (tlačna $\epsilon_{m,c}$, vlačna $\epsilon_{m,t}$) za horizontalni (h) i vertikalni (v) smjer (slika 12.). Naime, pretpostavljaju se problemi kod kojih su glavni smjerovi anizotropije horizontalni i vertikalni, čemu pripada najveći broj realnog zida. Prethodno navedeni parametri za zamjenjujući materijal određuju se na te-



Slika 13. Grafički prikaz ortotropnog modela ponašanja idealiziranog zida u tlaku i vlatku

melju analize odgovarajućih parametara zidnih elemenata, morta te veze morta i zidnih elemenata.

A. Modeliranje ponašanja zida u tlaku i vlaku

Grafički prikaz usvojenoga ortotropnog modela ponašanja idealiziranog zida u tlaku i vlaku dan je na slika 13.

Na slici 13. oznake imaju sljedeće značenje: σ_m^h i σ_m^v su normalna naprezanja zida u horizontalnom i vertikalnom smjeru; $f_{m,c}^h$ i $f_{m,c}^v$ su proračunska tlačna čvrstoća zida u horizontalnom i vertikalnom smjeru; $f_{m,t}^h$ i $f_{m,t}^v$ su proračunska vlačna čvrstoća zida u horizontalnom i vertikalnom smjeru; E_m^h i E_m^v su moduli elastičnosti zida u horizontalnom i vertikalnom smjeru; $\epsilon_{m,c}^h$ i $\epsilon_{m,c}^v$ su granične tlačne deformacije zida u horizontalnom i vertikalnom smjeru.

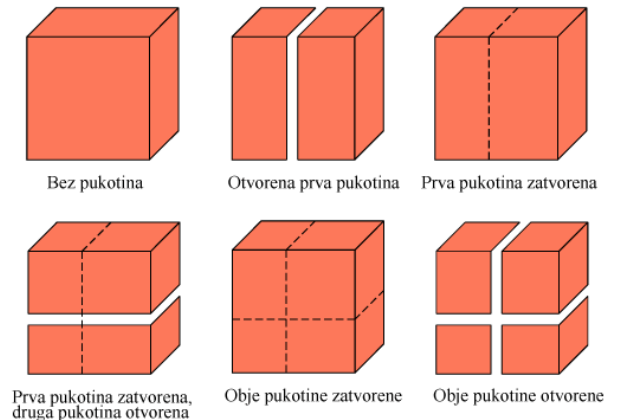
Kao što se vidi na slici 13., zanemaren je utjecaj dvoosnog stanja naprezanja na graničnu tlačnu nosivost zida, što je na strani veće sigurnosti. Ovaj bi se efekt mogao lako uključiti (kao i pri modeliranju betona) kada bi bili poznati eksperimentalni rezultati ispitivanja čvrstoće zida pri različitim odnosima normalnih naprezanja. Dakle, osnovni su parametri zida njegova tlačna i vlačna čvrstoća, modul elastičnosti te granične tlačne deformacije u horizontalnom i vertikalnom smjeru. U realnim konstrukcijama temeljni parametri zida u vertikalnom smjeru imaju veće vrijednosti nego u horizontalnom smjeru.

Za referentnu proračunsku vrijednost tlačne čvrstoće zida u vertikalnom i horizontalnom smjeru uzima se manja vrijednost od pojedinačnih čvrstoća zidnog elementa ili morta u tim smjerovima. Za referentnu proračunsku vrijednost vlačne čvrstoće zida u vertikalnom i horizontalnom smjeru uzima se čvrstoća prionjivosti između morta i zidnog elementa u vertikalnoj i horizontalnoj sljubnici. Referentni modul elastičnosti zida u vertikalnom i horizontalnom smjeru dobiva se na temelju modula elastičnosti zidnih blokova i sljubnica u tim smjerovima, uzimajući u obzir dimenzije blokova i sljubnica u ravnini zida u tim smjerovima.

Ponašanje zida u vlaku nakon pojave pukotina modelira se kao i u betonu (slika 8.). Moguće je uključiti i doprinos vlačne krutosti raspucalog zida. Vrijednost parametra α za zide, kojim se određuje maksimalna vlačna deformacija okomito na sljubnicu iznad koje nema vlačne krutosti zida, potrebno je ustanoviti eksperimentalno.

Ponovno se naglašava da su čvrstoća i krutost zida u vertikalnom smjeru redovito znatno veće od istih u horizontalnom smjeru. Na sreću, realna vertikalna normalna naprezanja u zidu redovito su znatno veća od horizontalnih.

Modeliranje otvaranja i zatvaranja pukotina u zidu analogno je onome u betonu, samo što su pukotine u zidu prema usvojenoj pretpostavci horizontalne i/ili vertikalne (slika 14.). Pukotine se mogu djelomično otvarati i zatvarati (analogno slici 8.). Preko zatvorene pukotine tlak se prenosi kao i kod homogenog zida. Nakon ponovnog otvaranja prethodno potpuno zatvorene pukotine, ne računa se ni s kakvom krutošću zida. Nakon pojave popuštanja u tlaku i nakon pojave pukotina, uzima se da zide nema krutost.



Slika 14. Moguća stanja pukotina u zidu

B. Modeliranje posmičnog sloma zida

Osim preko vlaka (pukotine) i/ili preko tlaka (drobljenje), slom zida može biti i preko posmika u horizontalnoj ravnini (horizontalnoj sljubnici). Posmični slom u vertikalnoj sljubnici nije za sada modeliran. Kriterij sloma zida na posmik u horizontalnoj ravnini definiran je prema slici 15., odnosno kao

$$\tau_{xy} \leq \tau_m^h \quad (24)$$

gdje je τ_{xy} proračunsko posmično naprezanje iz proračuna, a τ_m^h proračunska posmična nosivost zida u horizontalnoj sljubnici definirana sa (tlačno naprezanje ima negativan predznak)

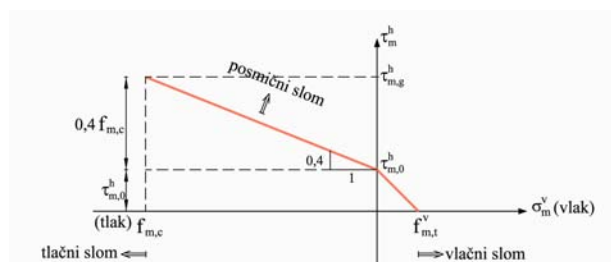
$$(i) \quad \sigma_v \leq 0 \quad (\text{tlak})$$

$$\tau_m^h = \tau_{m,0}^h - 0,4\sigma_m^v \quad (25)$$

$$\tau_{m,g}^h = \tau_{m,0}^h - 0,4f_{m,t}^v$$

$$(ii) \quad \sigma_v > 0 \quad (\text{vlak})$$

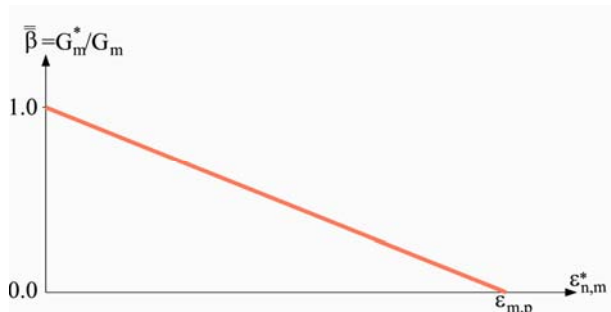
$$\tau_m^h = \tau_{m,0}^h \left(1 - \frac{\sigma_m^v}{f_{m,t}^v} \right) \geq 0 \quad (26)$$



Slika 15. Grafički prikaz posmične nosivosti zida u horizontalnoj ravnini

U prethodnim izrazima $\tau_{m,0}^h$ označava proračunsku nosivost zida u horizontalnoj sljubnici za slučaj čistog posmika (bez normalnih tlačnih naprezanja poprečno na sljubnicu), a σ_m^v vertikalno naprezanje. Prema [1], zide koje je u vlaklu ne može nositi posmična naprezanja u ravnini vlaka. Ako se rabi takav pristup, u predloženom modelu u području vlaka treba uzeti $f_{m,t}^v = 0$.

Posmična krutost ispucanog zida simulirana je slično kao posmična krutost ispucanog betona. Naime, uz pretpostavku da nakon pojave pukotina zide ostaje kontinuum, reducira se početni modul posmika zida G_m sukladno veličini vlačne deformacije okomito na ravninu pukotine $\epsilon_{n,m}^*$ prema (slika 16.):



Slika 16. Grafički prikaz simuliranja posmične krutosti zida s pukotinama

$$G_m^* = \bar{\beta} G_m \quad (27)$$

gdje je G_m^* modul posmika zida koje ima pukotine, a $\bar{\beta}$ koeficijent definiran sa

$$\bar{\beta} = 1 - \frac{\epsilon_{n,m}^*}{\epsilon_{m,p}} \quad \text{za } \epsilon_{n,m}^* \leq \epsilon_{m,p} \quad (28)$$

$$\bar{\beta} = 0 \quad \text{za } \epsilon_{n,m}^* > \epsilon_{m,p}$$

pri čemu je $\epsilon_{m,p}$ granična deformacija okomito na ravninu pukotine kod koje nema prijenosa posmika. Ona se može napisati u obliku

$$\epsilon_{m,p} = \bar{\gamma} / \epsilon_{mr} \quad (29)$$

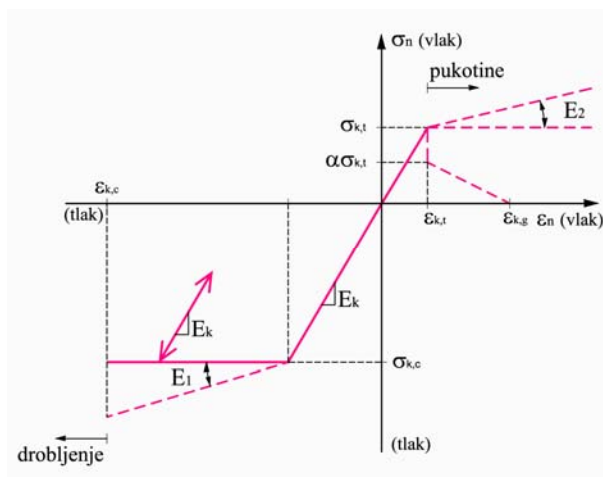
Koeficijent $\bar{\gamma}$ treba eksperimentalno ustanoviti za različite vrste zida i uvjete opterećenja. U slučaju posmičnog sloma zida u određenoj integracijskoj točki, tj. kada je $\tau_{x,y} > \tau_{m,g}^h$, uzima se $G=0$.

3.2.3 Model materijala za dodirne elemente

A. 2D dodirni elementi

2D dodirni elementi prenose normalno naprezanje σ_n na kontaktu prema slici 17., što omogućava simulaciju klizanja, odvajanja i utiskivanja na kontaktu između temelja i tla ili između morta (sljubnice) i zidnog elementa. Moguće je zadati različite oblike veze $\sigma_n - \epsilon_n$, gdje je σ_n naprezanje i ϵ_n deformacija okomito na spojnu plohu. Treba odabrati takav dijagram naprezanje-deformacija koji će najbolje opisati stvarno ponašanje na kontaktu.

U tlačnom području $\sigma_{k,c}$ označava proračunsku tlačnu čvrstoću na kontaktu pri kojoj dolazi do popuštanja, $\epsilon_{k,c}$ graničnu tlačnu deformaciju kod sloma, E_k modul elastičnosti okomito na spojnu plohu i E_1 , E_2 modul elastičnosti za ponašanje s ojačanjem.



Slika 17. Modeliranje prijenosa normalnog naprezanja 2D dodirnog elementa

U vlačnom području $\sigma_{k,t}$ označava proračunsku vlačnu čvrstoću iznad koje nastaju pukotine, E_2 modul elastičnosti za ponašanje s ojačanjem, $\epsilon_{k,t}$ vlačnu deformaciju okomito na spojnu plohu pri pojavi pukotine, a $\epsilon_{k,g}$ maksimalnu vlačnu deformaciju okomito na spojnu plo-

hu iznad koje nema nikakve vlačne krutosti za odabrani materijal. Model vlačne krutosti i ostale karakteristike dijagrama na slici 17. slični su onima za beton, s dopunskim mogućnostima modeliranja u tlaku i vlaku (elasto-plastično ponašanje i ojačanje).

Ovisno o svojstvima kontakta (beton-tlo ili mort-zidni element), odabire se takav oblik dijagrama na slici 17, s odgovarajućim parametrima materijala, koji će najrealističnije opisati stvarno ponašanje na kontaktu. Pritom se za parametre materijala dodirnih elemenata uzimaju niže vrijednosti od odgovarajućih parametara susjednih materijala na kontaktu, odnosno prionljivost na dodirnoj plohi za vlačno područje dijagrama.

2D dodirni element prenosi posmik na spojnoj plohi, tj. omogućava simulaciju klizanja i posmičnog sloma spoja. Grafički prikaz posmične nosivosti na spoju dan je na slici 18. Modeliranje posmičnog sloma slično je onome kod zida, tj.:

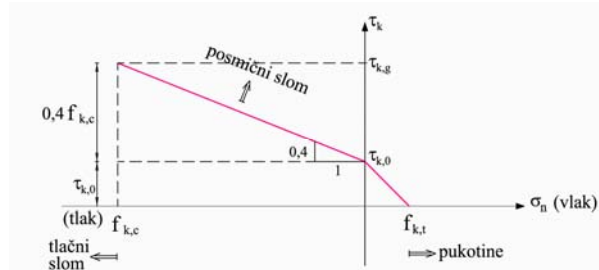
$$\tau_s \leq \tau_k \quad (30)$$

gdje je τ_s posmično naprezanje u dodirnom elementu, a τ_k proračunska posmična čvrstoća u smjeru kontakta, definirana sa

$$(i) \text{ u tlaku } (\sigma_n \leq 0) \\ \tau_k = \tau_{k,0} - 0,4\sigma_n \leq \tau_{k,0} - 0,4f_{k,c} \quad (31)$$

$$(ii) \text{ u vlaku } (\sigma_n > 0) \\ \tau_k = \tau_{k,0} \left(1 - \frac{f_{k,t}}{\tau_{k,0}} \right) \geq 0 \quad (32)$$

gdje $\tau_{k,0}$ označava proračunsku posmičnu čvrstoću spoja izloženog čistom posmiku (bez tlaka), a σ_n je normalno naprezanje na spojnoj plohi. Prema [1], zide koje ima vlačna naprezanja okomito na spojnu plohu ne može preuzeti posmik u toj ravnini.



Slika 18. Grafički prikaz posmične nosivosti 2D dodirnog elementa

Posmična krutost dodirnog elementa koji ima pukotine simulira se na sličan način kao kod betona i zida. Naime, modul posmika dodirnog elementa koji ima pukotine

G_k^* uzima se tako da se početni modul posmika G_k pomnoži s koeficijentom $\bar{\beta}$ (≤ 1) koji se određuje na analogan način kao za zide i beton

$$G_k^* = \bar{\beta} G_k \quad (33)$$

B. 1D dodirni elementi

1D dodirni elementi služe za simulaciju armaturnih šipki koje prolaze kroz 2D dodirne elemente. Oni, kao i svaka šipka, prenose normalna i posmična naprezanja.

Normalna naprezanja u smjeru elementa (šipke) prenose se sukladno usvojenom dijagramu naprezanje-deformacija za čelik. U tom se kontekstu može, primjerice, primijeniti dijagram prema slici 10., ili je moguće u računalnom programu zadati bilo koji poligonalni oblik veze naprezanje-deformacija. Kada je "linija" na dijagramu $\sigma - \varepsilon$ silazna ili su prekoračene deformacije pri slomu, uzima se modul elastičnosti čelika $E_s=0$.

Posmična naprezanja koja šipka ("moždanik") može preuzeti definirana su ploštinom šipke A_s i modulom posmika šipke G_s . Nije modeliran posmični slom 1D elementa, već samo tlačni i vlačni slom. Uzima se da je $G_s=0$ kada je i $E_s=0$.

3.2.3 Mikromodel zida

Primjenom mikromodela zida može se preciznije i pouzdanije modelirati stvarno ponašanje zida nego primjenom makromodela, a osobito "pojasniti" slika ponašanja zida na mikrorazini. Moguća je uporaba različitih mikromodela (slika 11.), s različitim razinama točnosti i pouzdanosti, ali i s različitim trajanjem i složenosti proračuna. Poznato je da finijom diskretizacijom, odnosno povećanim brojem nepoznanica, a osobito pri primjeni nelinearnog modela materijala i geometrijskog oblika i kod dinamičkih proračuna, proračun konstrukcije postaje dugotrajniji.

Ako se želi precizan proračun uz opis ponašanja zida na mikrorazini moguća je, primjerice, primjena mikromodela 1 na slici 11. Naime, u tom su modelu zidni elementi i sljubnice (mort) diskretizirani 8-čvornim elementima, dok su na spoju morta i zidnih elemenata uzeti tanki 6-čvorni dodirni elementi. Svi elementi imaju modele materijala, koji su prethodno opisani, da mogu dobro opisati stvarno ponašanje svih materijala i spojnih ploha u tlaku, vlaku i posmiku. Pritom je moguća simulacija ortotropnih svojstava zidnih elemenata i morta (sljubnica) u horizontalnom i vertikalnom smjeru.

U mikromodelu 2 na slici 11. zidni su elementi diskretizirani 8-čvornim elementima, a vertikalne i horizontalne sljubnice 6-čvornim dodirnim elementima debljine koja

odgovara stvarnoj debljini sljubnica. Mogući su i drukčiji mikromodeli, tj. drukčije diskretizacije zida.

3.3 Model ponašanja tla

Za modeliranje ponašanja tla za sada nije predviđen poseban model, nego se rabi model ponašanja betona opisan u točki 3.1 ili makromodel ponašanja zida opisan u točki 3.2. Koji je model ponašanja pouzdaniji, ovisi o karakteristikama tla. Naime, tla mogu biti od nekoherentnih materijala, koherentnih materijala, stjenovita i sl. Važno je pritom ispravno definirati parametre modela na temelju raspoloživih parametara tla. Prikazani modeli mogu simulirati popuštanje tla u tlaku, pojavu i razvoj pukotina u tlu u vlaknu, anizotropna svojstva tla i niz drugih nelinearnih efekata prema točki 3.1 i 3.2.

3.4 Modeliranje utjecaja brzine deformacije na svojstva materijala

Poznata je činjenica da se s porastom brzine deformacije, tj. pri dinamičkom i osobito udarnom opterećenju, mijenjaju mehanička svojstva materijala. Općenito, s porastom brzine deformacije povećavaju se čvrstoća i modul elastičnosti materijala, a smanjuju njegove deformacije (duktilnost) pri slomu.

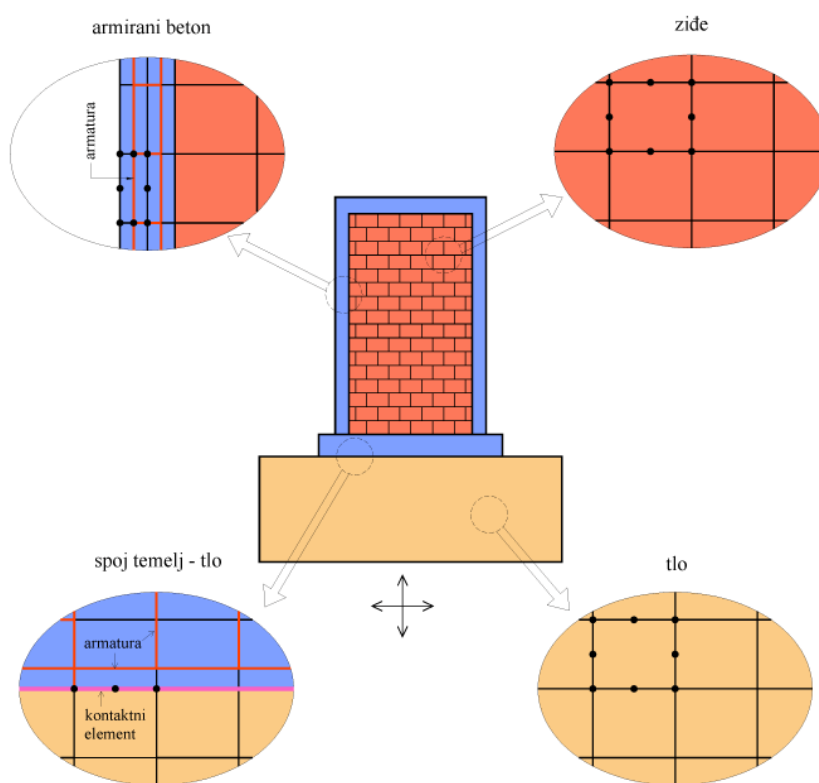
U ovom je modelu moguće uključiti utjecaj brzine deformacije na mehanička svojstva armiranog betona (betona i čelika), kako je to opisano u [11]. Utjecaj brzine deformacije na ponašanje zida i tla za sada nije uključen, iako je to moguće lako numerički simulirati kao za armirani beton, jer nisu dostupna njihova stvarna ponašanja pri različitim brzinama deformacije (opterećenja).

4 Neke napomene pri modeliranju realnih zidanih konstrukcija

Kao što je već navedeno, prikazani je model namijenjen statičkom i dinamičkom proračunu zidanih konstrukcija koje se mogu dovoljno precizno simulirati ravninskim modelom.

Primjer diskretizacije nekoga izdvojenog zida prikazan je na slici 19. Kao što je prethodno navedeno, moguće je simulirati svaku šipku armature, utjecaj tla i interakciju zida i tla.

U slučaju simulacije svih zidova zgrade jednog smjera ravninskim modelom (proračun zgrade u dva odvojena



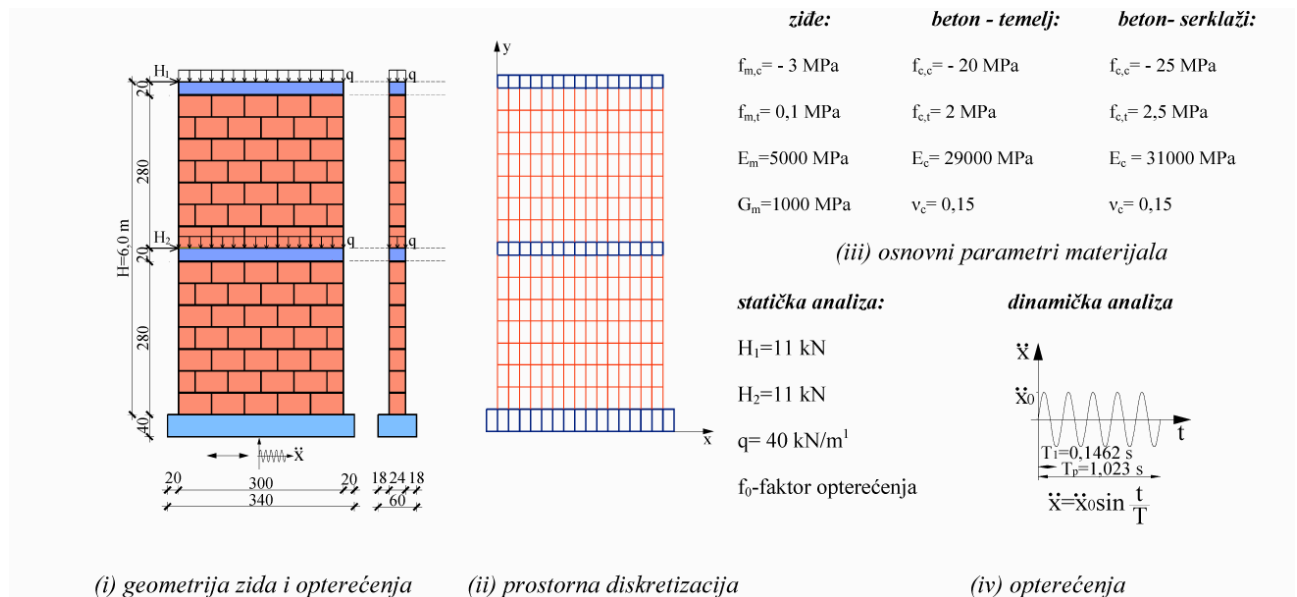
Slika 19. Primjer diskretizacije nekog zida

smjera), zidovi su međusobno povezani u razini međukatne konstrukcije koja osigurava zajednički translatorski pomak svih zidova na razini pojedinog kata. U slučaju veze pojedinog zida sa zidom drugog smjera, utjecaj zida drugog smjera modelira se s odgovarajućom širinom ravninskih elemenata na mjestu spoja te odgovarajućim svojstvima materijala i opterećenjima.

Kod statičkih se proračuna konstrukcija može proračunavati za svaku razinu opterećenja - od uporabnih do slomnih. Dakle, moguće je ustanoviti graničnu nosivost (sigurnost) i oštećenja konstrukcije pri slomu. Kod dinamičkih proračuna, zidana konstrukcija može biti opterećena dinamičkim opterećenjem vjetra (slika 3.1) ili potresom (slika 3.2). Izlazni su rezultati proračuna pomaci sustava, naprezanja u svim materijalima, stanje pukotina i popuštanja u tlačnim područjima konstrukcije. Ako se u statičkim i pogotovo dinamičkim proračunima uključuje i temeljno tlo, potrebno ga je adekvatno simulirati odgovarajućom širinom elemenata po dubini, gabaritima "poluprostora" tla i rubnim uvjetima.

5 Primjeri

Neke mogućnosti primjene prikazanoga numeričkog modela i odgovarajućega računalnoga programa ilustrirane su na statičkom i dinamičkom proračunu dvoetažnog nearmiranog zida (Primjer 1.), omeđenog zida



Slika 20. Osnovni podaci analiziranoga nearmiranog zida iz Primjera 1.

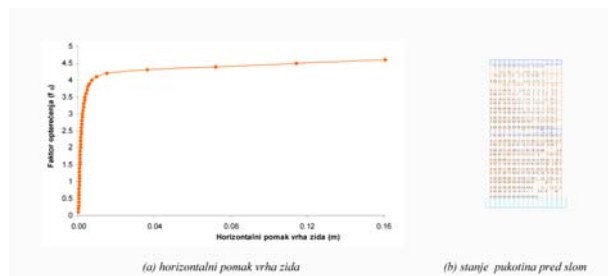
(Primjer 2.) te dvoetažnog okvira sa zidanim ispunom (Primjer 3.).

5.1 Primjer 1

Ukratko su prikazani rezultati statičkog i dinamičkog proračuna dvoetažnoga nearmiranog zida. Osnovni podaci o geometrijskom obliku, svojstvima materijala, opterećenjima i prostornoj diskretizaciji zida prikazani su na slici 20. Usvojen je makromodel zida s izotropnim svojstvima materijala.

je ponašanje zida s promjenjivim horizontalnim opterećenjem H_1, H_2 do sloma. Naime, analizirano je ponašanje zida s različitim faktorima horizontalnog opterećenja f_0 ($f_0=0$, do sloma), pri čemu su $H_1=11 \text{ kN}$ i $H_2=11 \text{ kN}$ sile od uporabnog opterećenja. Horizontalni pomak vrha zida u funkciji faktora opterećenja f_0 prikazan je na slici 21.a, a pukotine zida neposredno pred slom na slici 21.b.

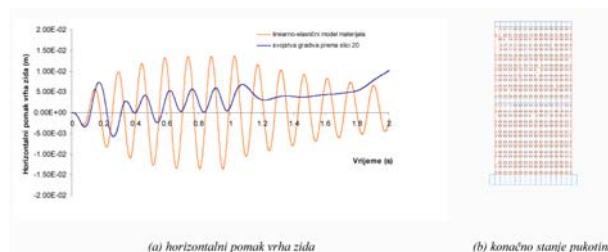
U dinamičkom proračunu zid je izložen horizontalnom harmonijskom ubrzanju podloge. Pri tome period uzbuđe odgovara prvom periodu početnoga elastičnog sustava. Horizontalni pomak vrha zida u vremenu prikazan je na slici 22.a, a konačno stanje pukotina zida na slici 22.b.



Slika 21. Neki rezultati statičke analize nearmiranog zida iz Primjera 1.

5.2 Primjer 2

Prikazani su neki rezultati statičkog i dinamičkog proračuna dvoetažnog zida omeđenog vertikalnim i horizontalnim serklažima. Osnovni podaci o zidu prikazani su na slici 23. Također je usvojen makromodel zida s izotropnim svojstvima materijala.

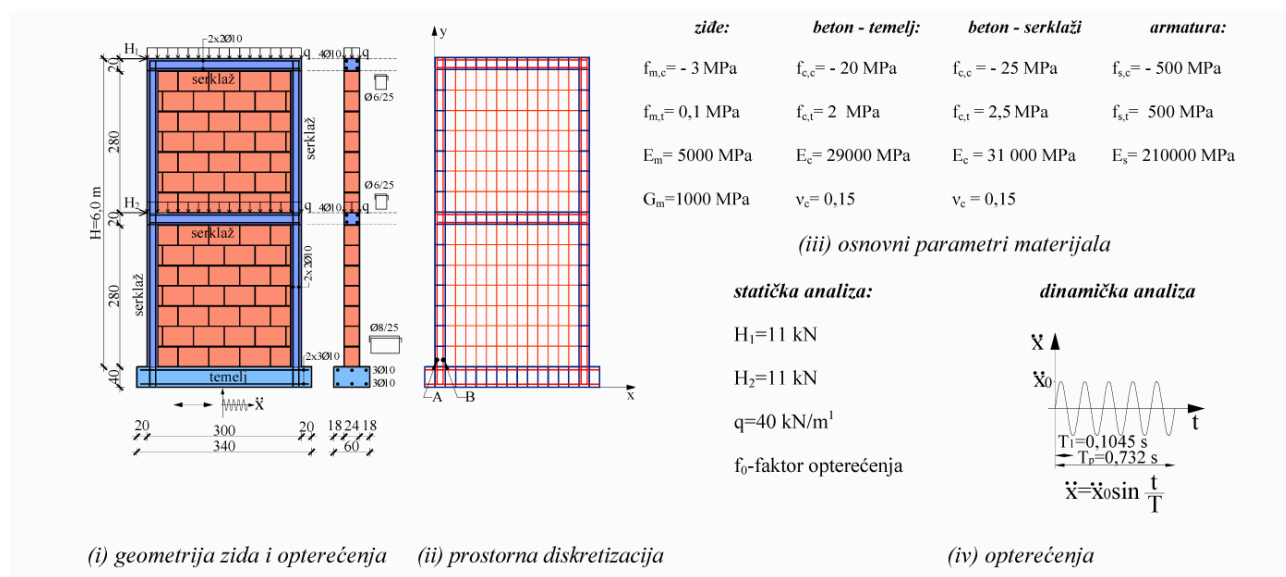


Slika 22. Neki rezultati dinamičke analize nearmiranog zida iz Primjera 1.

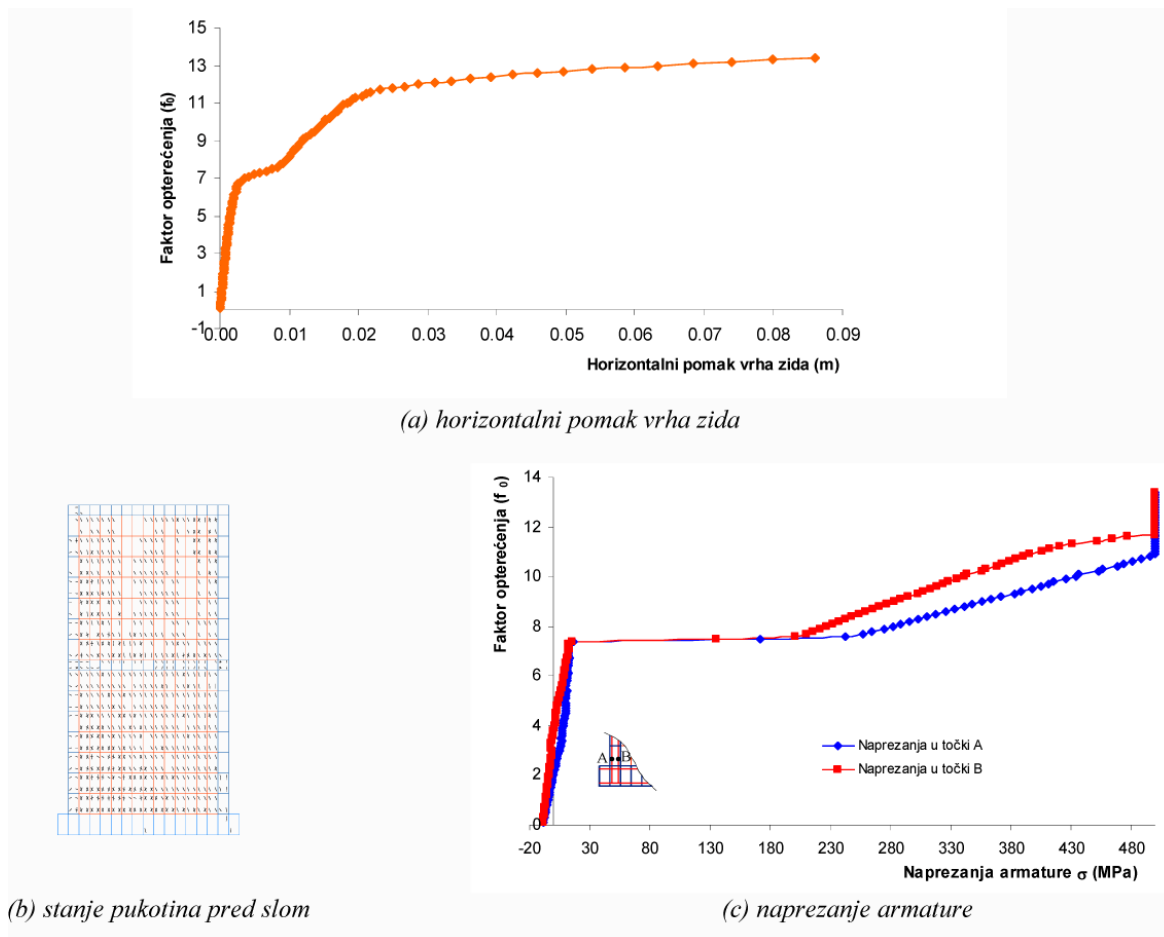
U statičkom je proraunu zid opterećen vlastitom težinom i ostalim stalnim vertikalnim opterećenjem. Analizirano je ponašanje zida s promjenjivim horizontalnim opterećenjem (s različitim faktorom opterećenja f_0). Horizontalni pomak vrha zida prikazan je na slici 24.a, stanje pukotina pred slom na slici 24.b, a naprezanje armature pred slom zida na slici 24.c.

U dinamičkom proračunu zid je također izložen horizontalnom harmonijskom ubrzanju podloge, kod čega period uzbuđe odgovara prvom periodu elastičnog sustava. Horizontalni pomak vrha zida prikazan je na slici 25.a, konačno stanje pukotina na slici 25.b, a naprezanje armature u točki A na slici 25.c.

U statičkom je proračunu zid opterećen vlastitom težinom i ostalim vertikalnim opterećenjem q . Analizirano



Slika 23. Osnovni podaci analiziranoga omeđenog zida iz Primjera 2.

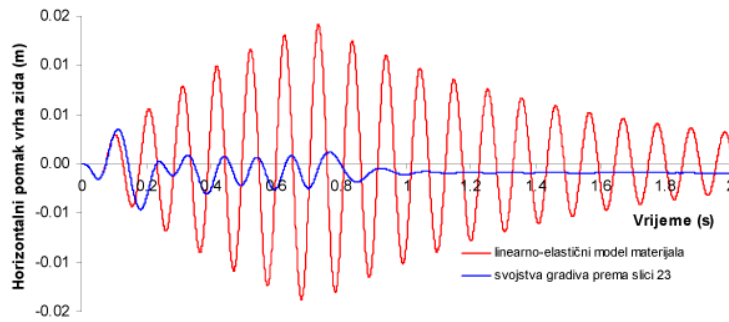


Slika 24. Neki rezultati analize omeđenog zida iz Primjera 2.

5.3 Primjer 3

U ovom su primjeru ukratko prikazani rezultati statičkog i dinamičkog proračuna dvoetažnog okvira ispunjenog

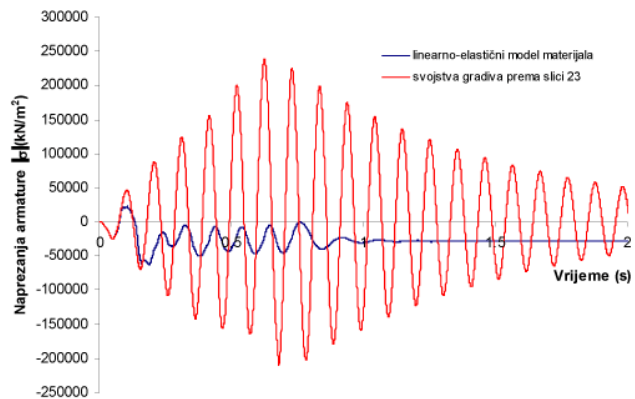
zidnim elementima nakon "aktiviranja" horizontalnih greda (otpuštanja oplata) za vlastitu težinu međukatne konstrukcije. Pritom je najprije proveden statički proračun za I. etapu, tj. za slučaj samog okvira sa stalnim op-



(a) horizontalni pomak vrha zida

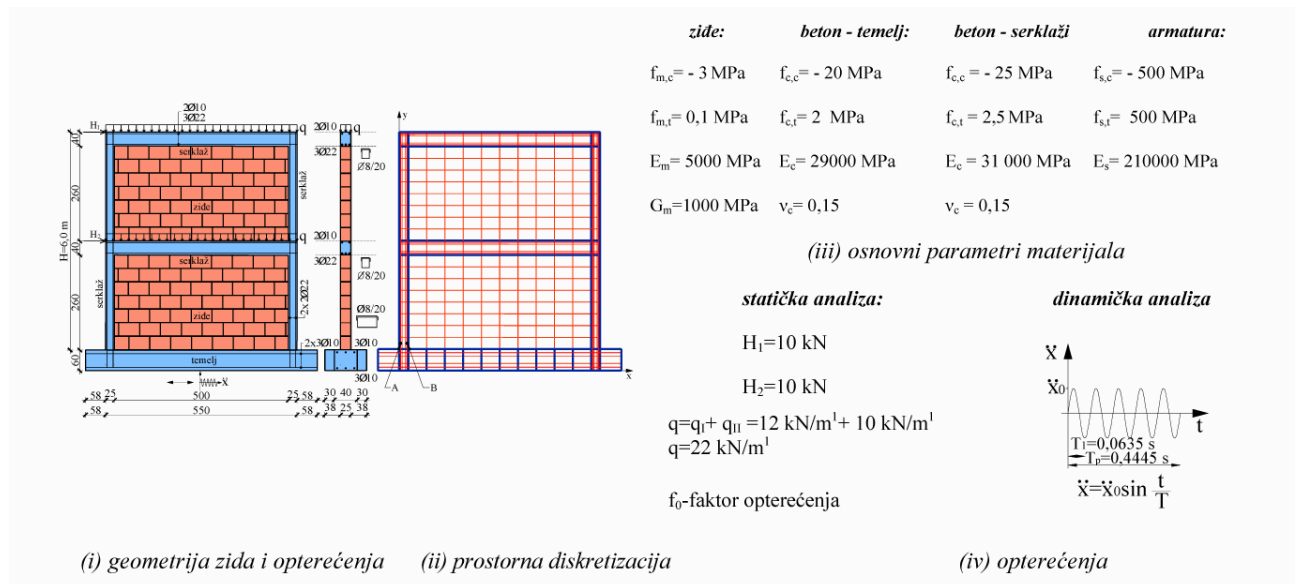


(b) konačno stanje pukotina



(c) naprezanje armature u točki A

Slika 25. Neki rezultati dinamičke analize omeđenog zida iz Primjera 2.



Slika 26. Osnovni podaci analiziranog okvira sa zidanim ispunom iz Primjera 3

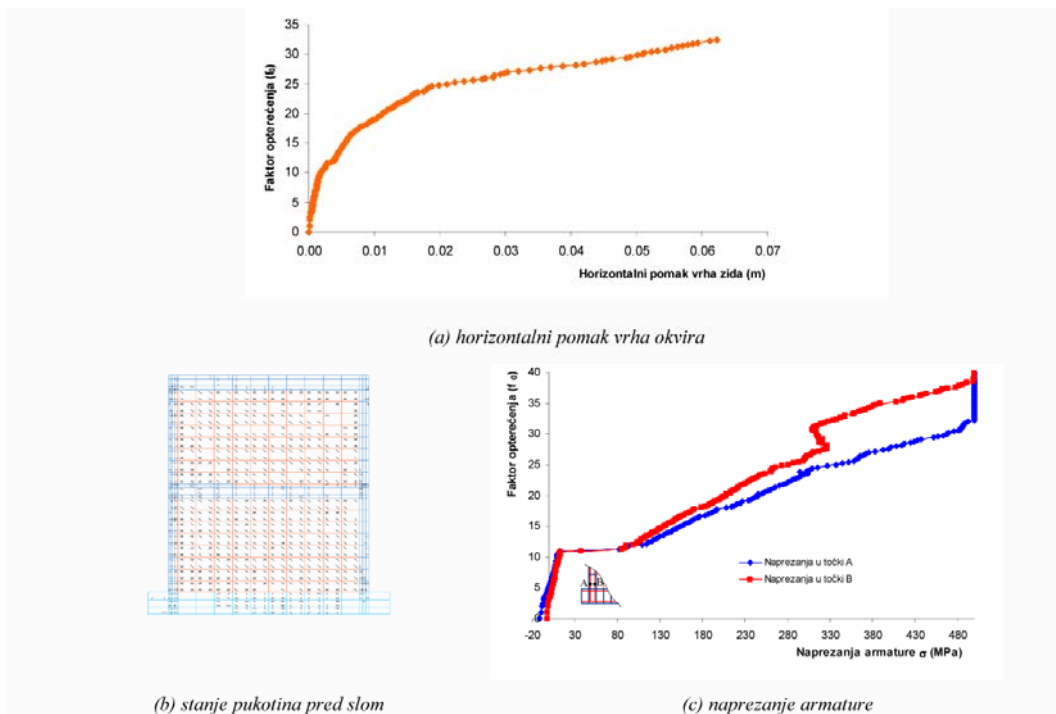
terećenjem u toj etapi, a potom za II. etapu s doprinosom zidnoga ispuna. Također je usvojen makromodel zida s izotropnim materijalom. Osnovni podaci o geometrijskom obliku, svojstvima materijala, opterećenjima i prostornoj diskretizaciji okvira s ispunom prikazani su na slici 26.

U statičkom je proračunu, najprije razmatrano stanje "čistog" okvira opterećenog stalnim opterećenjem u toj fazi. Nakon toga je uključen ispun od zidnih elemenata, s ostalim stalnim teretom i promjenjivim horizontalnim opterećenjem (s različitim faktorom horizontalnog opterećenja f_0). Horizontalni pomak vrha okvira prikazan je

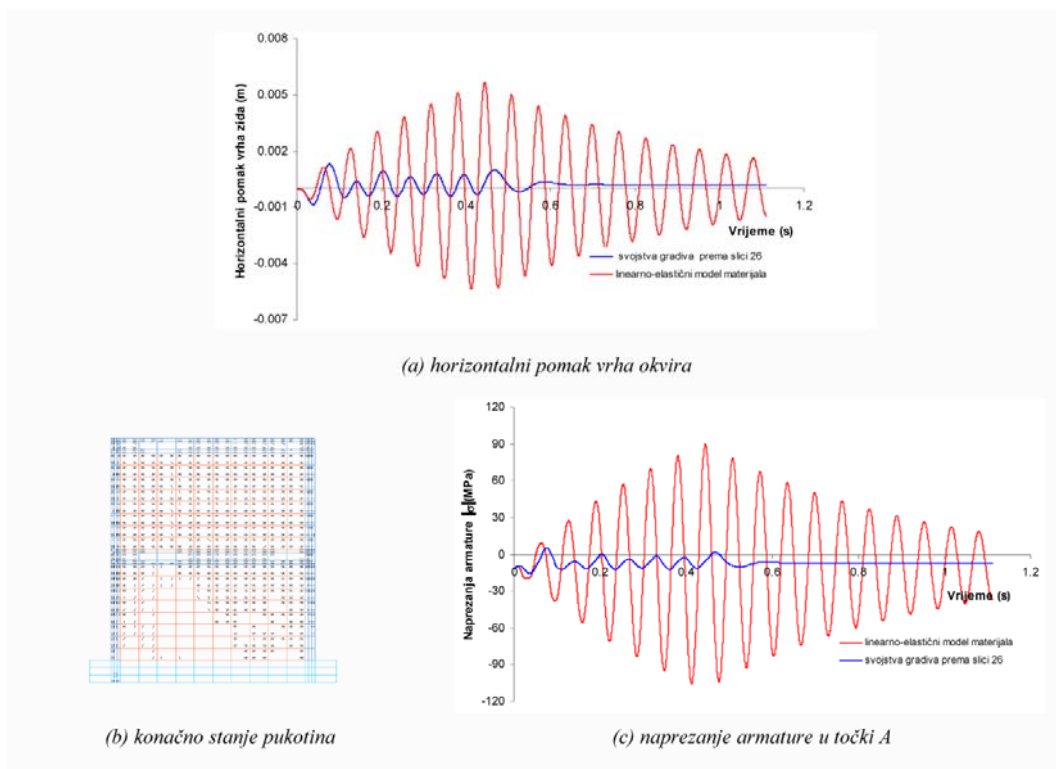
na slici 27.a, stanje pukotina na slici 27.b, a naprezanja armature u dnu stupa pred slom na slici 27.c.

U dinamičkom je proračunu razmatran okvir s ispunom izložen horizontalnom harmonijskom ubrzanju podloge.

Period uzbude pritom odgovara prvomu periodu okvira s ispunom. Horizontalni pomak vrha okvira prikazan je na slici 28.a, konačno stanje pukotina na slici 28.b, a naprezanje armature u točki A stupa na slici 28.c.



Slika 27. Neki rezultati statičke analize okvira s ispunom iz Primjera 3.



Slika 28. Neki rezultati dinamičke analize okvira s ispunom iz Primjera 3.

6 Zaključak

Prikazani numerički model i razvijeni računalni program mogu omogućiti pouzdani nelinearni statički i dinamički proračun različitih tipova ravninskih zidanih konstrukcija (nearnirane, armirane, omeđene, okviri s ispunom,

složene). Riješeni primjeri ilustriraju neke mogućnosti modela. Potrebna su daljnje provjere izloženog modela i razvijenog računalnog programa.

LITERATURA

- [1] HRN ENV 1996: *Projektiranje zidanih konstrukcija*
- [2] Sorić, Z.: *Zidane konstrukcije*, Udžbenik Sveučilišta u Zagrebu, 2004.
- [3] Brencich, A.; de Felice, G.: *Brickwork under eccentric compression: Experimental results and macroscopic models*, Construction and Building Materials 23, 2009.
- [4] Brasile, S.; et al.: *Multilevel approach for brick masonry walls-Part I: A numerical strategy for nonlinear analysis*, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. 198, 2009.
- [5] Chaimoon, K.; M. Attard, M.: *Modelling for unreinforced masonry walls under shear and compression*, Engineering Structures 29, p.p. 2056-2068, 2007.
- [6] Brasile, S.; Casciaro, R.; Formica, G.: *Finite Element formulation for the homogenisation of masonry*, International Journal of Solids and Structures, 2009.
- [7] Zucchini, A.; B. Lourenc, P.: *A micro-mechanical model for the homogenisation of masonry*, International Journal of Solids and Structures 39, p.p. 3233-3255, 2002.
- [8] Harapin, A.; Radnić, J.; Brzović, D.: *WYD method for an eigen solution of coupled problems*, Int. Jnl. of Multiphysics, 3 (2), p.p. 167-176, 2009.
- [9] Hughes, T.J.R.; Pister, K.S.; Taylor, R.L.: *Implicit-explicit finite elements in nonlinear transient analysis*, comp. meth. Appl. Mech. Engrg., Vol 17/18, p.p. 159-182, 1979.
- [10] Radnić, J.; Damjanić, F.: *Numerički model za statičku i dinamičku analizu armiranobetonskih konstrukcija*, Izgradnja 10, str. 5-14, 1989.
- [11] Radnić, J.: *Modelling of the strane rate effects in dynamic analysis of R/C structures*, Inženjersko modeliranje 3, 1-2, str. 13-20, 1990.