

Primljen / Received: 31.8.2015.

Ispravljen / Corrected: 24.6.2016.

Prihvaćen / Accepted: 30.7.2016.

Dostupno online / Available online: 10.8.2016.

Proračun spregnutih nosača drvo - beton

Autori:



Dr.sc. **Dean Čizmar**, dipl.ing. građ.
Tehničko veleučilište u Zagrebu
Graditeljski odjel
dcizmar@tvz.hr



Maja Vrančić, bacc. ing. građ.
Tehničko veleučilište u Zagrebu
Graditeljski odjel
mvrancic1@tvz.hr

Stručni rad

Dean Čizmar, Maja Vrančić

Proračun spregnutih nosača drvo - beton

Spregnuti nosači drvo-beton često se koriste kod rekonstrukcija objekata visokogradnje, a mogući su i kod mostova. Proračun takvih sustava je relativno kompleksan jer u nosivosti sudjeluju dva materijala različite krutosti i reoloških svojstava. Dok je proračun trenutačnih deformacija jasno definiran Eurokodom 5, proračun dugotrajnih deformacija, koje su često mjerodavne, nije jasno određen. U radu je prikazan proračun spregnutog nosača drvo-beton uzimajući u obzir trenutačne i dugotrajne deformacije na relativno jednostavan i inženjerima u praksi prikladan način. Osim proračuna prema graničnim stanjima dan je i proračun nosivosti spojnih sredstava.

Ključne riječi:

sprezanje, spregnuti nosač drvo-beton, dugotrajne deformacije

Professional paper

Dean Čizmar, Maja Vrančić

Analysis of timber-concrete composite girders

Timber-concrete composite girders are often used in the renovation of high-rise structures, and they can also be used in bridges. These systems are relatively complex to analyse as two materials presenting different stiffness and rheological properties participate in ensuring an appropriate bearing capacity. While the analysis of instantaneous deformations is clearly defined in Eurocode 5, the analysis of long-term deformations, which are often relevant, is not clearly defined. The objective of this paper is to present the analysis of a timber-concrete composite girder, taking into account instantaneous and long-term deformations in a relatively simple way, suitable for practical engineers.

Ključne riječi:

composite action, timber-concrete composite girder, long-term deformations

Fachbericht

Dean Čizmar, Maja Vrančić

Berechnung von Holz-Beton-Verbundträgern

Holz-Beton-Verbundträger werden oft bei der Erneuerung von Hochbaukonstruktionen angewandt. Ebenso ist ihre Anwendung bei Brücken möglich. Die Berechnung solcher Systeme ist relativ komplex, da zwei Materiale verschiedener Steifigkeiten und rheologischer Eigenschaften dem Widerstand beitragen. Obwohl Eurocode 5 die Berechnung von Kurzzeitdeformationen klar definiert, ist die Ermittlung von oftmals maßgebenden Langzeitdeformationen nicht deutlich dargestellt. Das Ziel dieser Arbeit ist, die Berechnung von Holz-Beton-Verbundträgern unter Berücksichtigung von Kurz- und Langzeitdeformationen auf einfache Weise und für Ingenieure in der Praxis verständlich darzustellen.

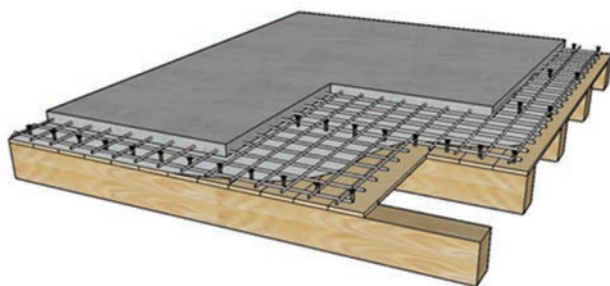
Ključne riječi:

Verbund, Holz-Beton-Verbundträger, Langzeitdeformationen

1. Uvod

Princip spreznja različitih materijala potječe od ideje da se materijal koji dobro podnosi vlačno naprezanje (npr. čelik, drvo itd.) smjesti u područje vlačne zone presjeka, dok se materijal koji dobro podnosi tlačno naprezanje (najčešće beton) smjesti u tlačnu zonu presjeka. Djelotvorni presjek ima visoku nosivost i krutost, a zajednički učinak oba materijala u ovakvoj vezi je veći od sume njihovih pojedinačnih učinaka. U stropnim konstrukcijama moguća je i ugradnja lakih, lakoagregatnih betona (dodatak granula ekspaniranog polistirena/stiropora), jer se time povećavaju toplinsko - izolacijska svojstva međukatne konstrukcije. Lakoagregatni betoni su povoljni i zato što je njihov modul elastičnosti po iznosu sličan drvu. Kod primjene lakoagregatnih betona posebnu pažnju treba obratiti na odabir spojnog sredstva (kontinuirana spreznja su povoljnija jer kod diskretnih može doći do popuštanja spojnog sredstva te otkazivanja na kontaktu spojnog sredstva i betona znatno prije nego što su dosegnuta mjerodavna rubna naprezanja) [1]. Slabije mehaničke karakteristike tih betona također imaju značajnu ulogu [1].

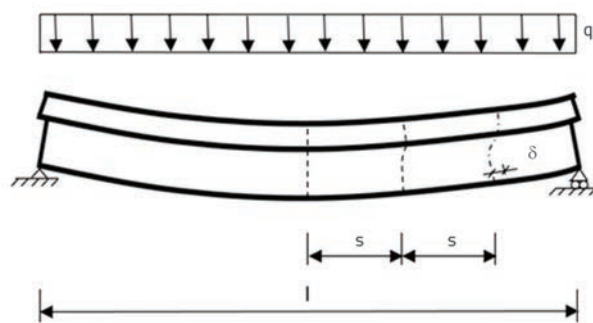
Debljine ploča koje se upotrebljavaju nisu obično veće od 8 cm, pogotovo ako se radi o klasičnom betonu jer bi se značajno povećala vlastita težina cijele konstrukcije. Proračun spregnutih nosača drvo-beton definiran je u normi [2]: Projektiranje drvenih konstrukcija - dio 1-1: Općenito - Opća pravila i pravila za zgrade, te u normi [3]: Projektiranje drvenih konstrukcija - 2.dio: Mostovi - Nacionalni dodatak. Ovdje treba jasno razlučiti činjenicu da je proračun naveden u tim normama ustvari proračun samo za kratkotrajne učinke prema krajnjem graničnom stanju. Problematika izračuna dugotrajnih deformacija takvih spregnutih nosača navedena je u radu [4]. S tim u vezi ovdje će se navesti pregled literature. Cilj je ovog rada prikazati proračun spregnutog nosača drvo-beton uzimajući u obzir dugotrajne deformacije na relativno jednostavan i inženjerima u praksi prikladan način. Oznake u radu ne slijede nužno oznake iz normi [2, 3] (npr. ovdje je modul elastičnosti betona označen E_c a ne E_s), jer autori smatraju da je radi lakše preglednosti takav način označavanja prikladniji. Naime, odredbe navedenih normi odnose se na spregnuti nosač, a kako je ovdje riječ o spregnutom nosaču drvo-beton, upotrijebljene su i prikladnije oznake.



Slika 1. Shema sustava

2. Proračun podatljivo spregnute konstrukcije betonske ploče i drvene grede

Dimenzioniranje ovih sustava provodi se γ -postupkom definiranim odredbama iz norme [2]. Na slici 2. prikazana je podatljivo spregnuta konstrukcija betonske ploče i drvene grede (s je razmak spojnih sredstava). Slika 3. prikazuje poprečni presjek i pripadajuće geometrijske karakteristike spregnutog nosača, o čemu će biti riječi poslije.



Slika 2. Podatljivo spregnuta konstrukcija betonske ploče i drvene grede

2.1. Proračun kratkotrajnih učinaka

2.1.1. Provjere za krajnje granično stanje

Djelotvorna krutost na savijanje podatljivo spregnute grede $(EI)_{eff}$ definira se na način da je

$$(EI)_{eff} = E_c I_c + E_t I_t + \gamma_c E_c A_c a_c^2 + \gamma_t E_t A_t a_t^2 \quad (1)$$

gdje je:

- E_c - sekantni modul elastičnosti betona (E_{cm})
- E_t - modul elastičnosti drva
- I_c - moment inercije betonskog dijela presjeka
- I_t - moment inercije drvenog dijela presjeka
- A_c - površina betonskog poprečnog presjeka
- A_t - površina drvenog poprečnog presjeka
- γ_c - koeficijent spreznja za beton
- γ_t - koeficijent spreznja za drvo
- a_c - ekscentricitet težišta betonskog dijela presjeka
- a_t - ekscentricitet težišta drvenog dijela presjeka

Ekscentriciteti težišta drvenog (a_t) i betonskog dijela presjeka (a_c) određuju se kao

$$a_t = \frac{\gamma_c E_c A_c (h_c + h_t)}{2 \sum_{i=1}^2 \gamma_i E_i A_i} = \frac{\gamma_c E_c A_c (h_c + h_t)}{2(\gamma_c E_c A_c + E_t A_t)} \quad (2)$$

$$a_c = \frac{h_c + h_t}{2} - a_t \quad (3)$$

gdje je:

h_c - visina betonskog dijela poprečnog presjeka

h_t - visina drvenog dijela poprečnog presjeka

Koeficijent klizanja za podatljivo spregnutu T-gredu s položajem neutralne osi u drvenom hrptu određuje se na način da su

$$\gamma_t = 1$$

$$\gamma_c = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 E_c A_c s}{KL^2}} \quad (4)$$

gdje je:

s - razmak spajala

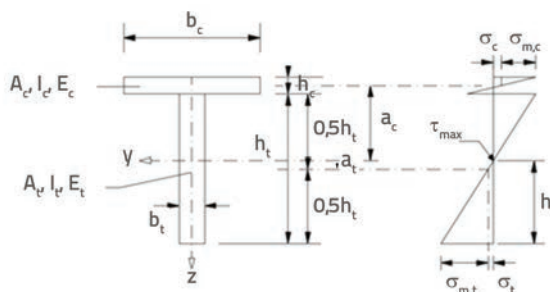
K - modul klizanja

L - raspon.

Uzdužna normalna naprezanja u težištima dijelova podatljivo spregnute T-grede izračunavaju se prema:

$$\sigma_i = \gamma_i \frac{ME_i a_i}{(EI)_{eff}} \quad (5)$$

$$\sigma_{m,i} = \frac{ME_i}{(EI)_{eff}} \left(\frac{h_i}{2} \right) \quad (6)$$



Slika 3. Skica poprečnog presjeka i uzdužna normalna naprezanja u težištima dijelova podatljivo spregnute T-grede, [1]

Moduli elastičnosti su:

$$E_c = E_{cm} \quad (7)$$

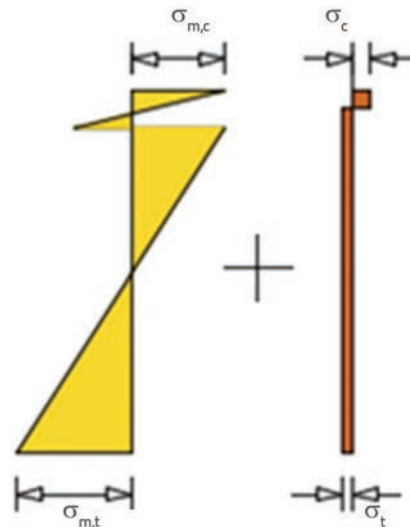
$$E_t = E_{0,mean} \quad (8)$$

gdje je:

E_{cm} - srednja vrijednost modula elastičnosti betona pri savijanju

$E_{0,mean}$ - srednja vrijednost modula elastičnosti drva u pravcu vlakana.

Naprezanja u podatljivo spregnutom T-presjeku (slika 4.) posljedica su zajedničkog djelovanja para uzdužnih sila u težištima dijelova presjeka (posljedica klizanja) i savijanja (M_{Ed})



Slika 4. Skica naprezanja u podatljivo spregnutom T-presjeku

Izrazi za naprezanja su:

$$\sigma_t = \gamma_t \frac{M_d E_{cm} a_c}{(EI)_{eff}} \quad (9)$$

$$\sigma_c = \gamma_c \frac{M_d E_{cm} a_c}{(EI)_{eff}} \quad (10)$$

$$\sigma_{m,t} = \frac{M_d E_{0,mean}}{(EI)_{eff}} \left(\frac{h_t}{2} \right) \quad (11)$$

$$\sigma_{m,c} = \frac{M_d E_{cm}}{(EI)_{eff}} \left(\frac{h_c}{2} \right) \quad (12)$$

gdje je:

σ_t - naprezanje uzrokovano tlačnom silom u drvenom dijelu presjeka

σ_c - naprezanje uzrokovano tlačnom silom u betonskom dijelu presjeka

$\sigma_{m,t}$ - naprezanje od savijanja u drvenom dijelu presjeka

$\sigma_{m,c}$ - naprezanje od savijanja u betonskom dijelu presjeka

M_d - proračunski moment savijanja

$(EI)_{eff}$ - djelotvorna krutost na savijanje.

Pretpostavke su proračuna ove:

- spojna sredstva se nalaze na proračunskom razmaku $s_i = s$, raspoređena na rasponu elementa L

- modul klizanja, K_i (N/mm) eksperimentalno se utvrđuje iz dijagrama posmičnih pokusna ili *push-out* testova [7], te ima sljedeće vrijednosti:

$$K_i = K_{ser} \quad \text{za GSU} \quad (13)$$

$$K_i = K_u = 2/3 K_{ser} \quad \text{za GSN (KGS)} \quad (14)$$

gdje je:

K_{ser} - početni (uporabni) modul klizanja

K_u - efektivni modul klizanja

Ako se modul klizanje ne može odrediti eksperimentalno kao u radovima [1, 7], moguće je koristiti izraze dane u normi [2] kao što je i napravljeno u poglavlju 3.

Također, s obzirom na stupanj spreznja i popustljivost spojnih sredstava, u donjem dijelu betonskog presjeka može se pojaviti vlak, odnosno neutralna os presjeka može biti u pojasnici presjeka. Ovaj slučaj nije povoljan pa se nastoji dovoljnim brojem spojnih sredstava spriječiti to, odnosno postići da betonski presjek cijeli bude u tlaku. Upravo zato granično naprezanje u donjem dijelu betonskog presjeka mora biti manje od tlačne čvrstoće betona, kao što je dano u izrazima (15) i (16), no dođe li do pojave vlaka, tada naprezanje mora biti manje od vlačne čvrstoće betona f_{ctm} .

Naprezanja gornjeg, σ_{cg} i donjeg ruba betonske ploče podatljivo spregnutog T-presjeka, σ_{cd} moraju zadovoljiti sljedeće jednadžbe:

$$\sigma_{cg} = \sigma_{m,c} + \sigma_c \leq f_{c,d} \quad (15)$$

$$\sigma_{cd} = \sigma_{m,c} - \sigma_c \leq f_{c,d} \quad (16)$$

gdje je:

σ_c - naprezanje uzrokovano tlačnom silom u betonskom dijelu presjeka

$\sigma_{m,c}$ - naprezanje od savijanja u betonskom dijelu presjeka

$f_{c,d}$ - proračunska tlačna čvrstoća betona.

Provjera nosivosti za drvenu gredu podatljivo spregnutog presjeka izvodi se prema izrazu

$$\frac{\sigma_{t,d}}{f_{t,o,d}} + \frac{\sigma_{m,d}}{f_{m,d}} \leq 1 \quad (17)$$

gdje je:

$\sigma_{t,d}$ - proračunsko vlačno naprezanje

$\sigma_{m,d}$ - proračunsko naprezanje od savijanja

$f_{t,o,d}$ - proračunska vrijednost vlačne čvrstoće paralelno s vlakancima

$f_{m,d}$ - proračunska vrijednost čvrstoće na savijanje.

Provjera posmične nosivosti drvenog dijela presjeka - u cijelosti preuzima najveću poprečnu silu, V_d :

$$\tau = \frac{V_d}{(b_{eff} \cdot h_t)} \leq f_{v,d} \quad (18)$$

$$b_{eff} = k_{cr} \cdot b = 0,67 \cdot b$$

gdje je:

V_d - proračunska poprečna sila

b_{eff} - proračunska širina drvenog elementa

k_{cr} - faktor pukotina za posmičnu otpornost

b - širina drvenog presjeka

τ - vrijednost naprezanja uslijed posmika

$f_{v,d}$ - proračunska čvrstoća na posmik.

Ako je potrebno, dokaz nosivosti (17) se može provjeriti i na razini sila na sljedeći način:

- proračunska uzdužna sila u drvenom elementu

$$N_{Ed,t} = \sigma_t \cdot A_t \quad (19)$$

- proračunska otpornost na uzdužnu silu

$$N_{Rd,t} = f_{t,o,d} \cdot A_t \quad (20)$$

- proračunski moment savijanja u drvenom elementu

$$M_{Ed,t} = \sigma_{mt} \cdot W_t \quad (21)$$

gdje je W_t moment otpora drvenog presjeka

- proračunska otpornost na savijanje

$$M_{Rd,t} = f_{m,d} \cdot W_t \quad (22)$$

Dokaz nosivosti glasi:

$$\frac{N_{Ed,t}}{N_{Rd,t}} + \frac{M_{Ed,t}}{M_{Rd,t}} \leq 1 \quad (23)$$

2.1.2. Provjere za granično stanje uporabljivosti: provjera trenutačnih progiba

Za modul klizanja K_f se usvaja:

$$K_f = K_{ser}$$

Koeficijent klizanja:

$$\gamma_c = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 E_c A_c s_c}{K_{ser} L^2}} \quad (24)$$

Ekscentriciteti težišta drvenog i betonskog dijela presjeka:

$$a_t = \frac{\gamma_c E_c A_c (h_c + h_t)}{2(\gamma_c E_c A_c + E_t A_t)} \quad (25)$$

$$a_c = \frac{h_c + h_t}{2} - a_t \quad (26)$$

Djelotvorna krutost na savijanje podatljivo spregnute grede:

$$(EI)_{eff} = E_c I_c + E_t I_t + \gamma_c E_c A_c a_c^2 + \gamma_t E_t A_t a_t^2 \quad (27)$$

Vrijednost ukupnog progiba od djelovanja stalnog opterećenja:

$$M_g = \frac{gL^2}{8} \quad (28)$$

$$u_{inst}^{Gk,j} = \frac{5}{48} \cdot \frac{M_g \cdot L^2}{(EI)_{eff}} \quad (29)$$

Vrijednost ukupnog progiba od djelovanja promjenjivog opterećenja:

$$M_q = \frac{qL^2}{8} \quad (30)$$

$$u_{inst}^{Qk,j} = \frac{5}{48} \cdot \frac{M_q \cdot L^2}{(EI)_{eff}} \quad (31)$$

Za trenutačni progib moraju biti zadovoljeni sljedeći uvjeti:

$$u_{inst}^{Gk,j} \leq \frac{L}{300} \quad (32)$$

$$u_{inst}^{Qk,j} \leq \frac{L}{300} \quad (33)$$

Za ukupni progib mora biti zadovoljen sljedeći uvjet:

$$u_{inst}^{Gk,j} + u_{inst}^{Qk,j} \leq \frac{L}{200} \quad (34)$$

2.2. Proračun dugotrajnih učinaka

Prema [4], proračun ovakvih sustava na dugotrajno opterećenje problematičniji je i kompleksniji jer mora uzeti u obzir mehaničke promjene u drvu, betonu i čeliku zbog promjena vlage, temperature i opterećenja tijekom vremena. Dakle kod proračuna dugotrajnih učinaka u obzir se uzimaju: puzanje betona, puzanje drvenog elementa te proklizavanje spojnog sredstva. Proračun koji je ovdje predložen temelji se na radu [6].

2.2.1. Provjere za krajnje granično stanje

Ukupna deformacija $\varepsilon_{cs}(t, t_0)$ općenito se određuje prema izrazu

$$\varepsilon_{cs}(t, t_0) = \frac{\sigma_c(t_0) + \Delta\sigma_c(t, t_0)}{E_{cm,eff}}$$

Efektivni modul elastičnosti betona za dugotrajno opterećenje određuje se kao:

$$E_{cm,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(t, t_0)} \quad (35)$$

gdje je:

$\varphi(t, t_0)$ - koeficijent puzanja za beton.

Konačna srednja vrijednost modula elastičnosti drva u smjeru vlakana određuje se prema

$$E_{0,mean,fin} = \frac{E_{0,mean}}{(1 + \Psi) K_{def}} \quad (36)$$

gdje je:

Ψ - faktor za kombinacijsku vrijednost

K_{def} - faktor deformiranja.

Modul klizanja:

$$K_{ser,fin} = \frac{K_{ser}}{(1 + \Psi) K_{def}} \quad (37)$$

Parametri krutosti na savijanje tijekom uporabljivosti građevine jesu:

- koeficijent klizanja za beton

$$\gamma_c = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 E_{cm,eff} A_c s}{K_{ser,fin} L^2}} \quad (38)$$

- ekscentriciteti težišta drvenog (a_t) i betonskog dijela presjeka (a_c)

$$a_t = \frac{\gamma_c E_{cm,eff} A_c h}{\gamma_c E_{cm,eff} A_c + E_{0,mean,fin} A_t} \quad (39)$$

$$a_c = \frac{E_{0,mean,fin} A_t h}{\gamma_c E_{cm,eff} A_c + E_{0,mean,fin} A_t} \quad (40)$$

- efektivna krutost na savijanje

$$(EI)_{eff} = E_{cm,eff} I_c + E_{0,mean,fin} I_t + \gamma_c E_{cm,eff} A_c a_c^2 + \gamma_t E_{0,mean,fin} A_t a_t^2 \quad (41)$$

- nazovistalna kombinacija

$$q_{sd,1} = (\gamma_{GG} + \gamma_Q \psi_2 q) e = (1,0 \cdot g + 1,0 \cdot 0,3 q) \cdot e \text{ [kN/m]} \quad (42)$$

- proračunski moment savijanja

$$M_{d,q_{sd,1}} = \frac{q_{sd,1} L^2}{8} \quad (43)$$

- proračunska poprečna sila

$$V_{d,q_{sd,1}} = \frac{q_{sd,1} L}{2} \quad (44)$$

Za drveni dio presjeka mora biti zadovoljeno:

- uzdužna naprezanja u drvu uzrokovana uzdužnom silom za kombinaciju opterećenja $q_{sd,1}$

$$\sigma_{t(q_{sd,1})} = \frac{E_{0,mean,fin} a_t M_{d,q_{sd,1}}}{(EI)_{eff}} \quad (45)$$

- uzdužno naprezanje u drvu uzrokovano momentom savijanja zbog kombinacije opterećenja $q_{sd,1}$

$$\sigma_{m,t,q_{sd,1}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{E_{0,mean,fin} h_t M_{d,q_{sd,1}}}{(EI)_{eff}} \quad (46)$$

Provjera nosivosti za drvenu gredu podatljivo spregnutog presjeka:

$$\frac{\sigma_{t(q_{sd,1})}}{f_{t,o,d}} + \frac{\sigma_{m,t,q_{sd,1}}}{f_{m,d}} \leq 1 \quad (47)$$

Ako je potrebno, dokaz nosivosti (47) može se provjeriti i na razini sila na sljedeći način:

- proračunska uzdužna sila u drvenom elementu

$$N_{Ed,t} = \sigma_{t(qSd,1)} \cdot A_t \quad (48)$$

- proračunska otpornost na uzdužnu silu

$$N_{Rd,t} = f_{c,d} \cdot A_t \quad (49)$$

- proračunski moment savijanja u drvenom elementu

$$M_{Ed,t} = \sigma_{m,t(qSd,1)} \cdot W_t \quad (50)$$

- proračunska otpornost na moment savijanja

$$M_{Rd,t} = f_{m,d} \cdot W_t \quad (51)$$

Dokaz nosivosti glasi:

$$\frac{N_{Ed,t}}{N_{Rd,t}} + \frac{M_{Ed,t}}{M_{Rd,t}} \leq 1 \quad (52)$$

Posmično naprezanje u drvu uzrokovano kombinacijom opterećenja $q_{Sd,1}$

$$\tau_{(qSd,1)} = \frac{V_d(q_{Sd,1})}{(b_{eff} \cdot h_t)} \leq f_{v,d} \quad (53)$$

Provjera tlaka okomito na vlakanca na ležaju, za kombinaciju opterećenja $q_{Sd,1}$

$$\sigma_{d,c,90(qSd,1)} = \frac{V_d(q_{Sd,1})}{I_b b_t} \quad (54)$$

Za betonski dio presjeka mora biti zadovoljeno sljedeće:

- uzdužna naprezanja u betonu uzrokovana uzdužnom silom, za kombinaciju opterećenja $q_{Sd,1}$

$$\sigma_{c,(qSd,1)} = \frac{\gamma_c E_{cm,eff} a_c M_{d,qSd,1}}{(EI)_{eff}} \quad (55)$$

- uzdužno naprezanje u betonu uzrokovano momentom savijanja zbog kombinacije opterećenja $q_{Sd,1}$

$$\sigma_{m,c,(qSd,1)} = \frac{1}{2} \cdot \frac{E_{cm,eff} h_c M_{d,qSd,1}}{(EI)_{eff}} \quad (56)$$

- ukupno naprezanje na gornjem rubu betona

$$\sigma_{c,g} = -\sigma_{c,(gSd,1)} - \sigma_{m,c,(qSd,1)} < f_{cd} \quad (57)$$

- ukupno naprezanje na donjem rubu betona

$$\sigma_{t,d} = -\sigma_{c,(gSd,1)} + \sigma_{m,c,(qSd,1)} < f_{cd} \quad (58)$$

2.2.2. Provjere za granično stanje uporabljivosti:

Efektivni modul elastičnosti betona za dugotrajno opterećenje iznosi

$$E_{cm,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(t, t_0)} \quad (59)$$

Konačna srednja vrijednost modula elastičnosti drva u pravcu vlakana provjerava se prema izrazu

$$E_{0,mean,fin} = \frac{E_{0,mean}}{(1 + k_{def})} \quad (60)$$

Modul klizanja:

$$K_{ser,fin} = \frac{K_{ser}}{(1 + k_{def})} \quad (61)$$

Koeficijenti klizanja:

$$\gamma_c = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 E_{cm,eff} A_c s}{K_{ser,fin} L^2}} \quad (62)$$

Ekscentriciteti težišta drvenog (a_t) i betonskog dijela presjeka (a_c):

$$a_t = \frac{\gamma_c E_{cm,eff} A_c (h_c + h_t)}{2(\gamma_c E_{cm,eff} A_c + E_{0,mean,fin} A_t)} \quad (63)$$

$$a_c = \frac{h_c + h_t}{2} - a_t \quad (64)$$

Djelotvorna krutost na savijanje podatljivo spregnute grede:

$$(EI)_{eff} = E_{cm,eff} I_c + E_{o,mean,fin} I_t + \gamma_c E_{cm,eff} A_c a_c^2 + \gamma_t E_{o,mean,fin} A_t a_t^2 \quad (65)$$

Vrijednost konačnog progiba od djelovanja stalnog opterećenja:

$$M_g = \frac{gL^2}{8} \quad (66)$$

$$u_{fin}^{Gk,j} = \frac{5}{48} \cdot \frac{M_g \cdot L^2}{(EI)_{eff}} \quad (67)$$

Vrijednost konačnog progiba od djelovanja promjenjivog opterećenja:

$$M_q = \frac{qL^2}{8} \quad (68)$$

$$u_{fin}^{Qk,j} = \frac{5}{48} \cdot \frac{M_q \cdot L^2}{(EI)_{eff}} \quad (69)$$

Za konačni progib moraju biti zadovoljeni sljedeći uvjeti:

$$u_{fin}^{Gk,j} \leq \frac{L}{200} \quad (70)$$

$$u_{fin}^{Qk,j} \leq \frac{L}{200} \quad (71)$$

Za ukupni progib od stalnog i promjenjivog djelovanja mora biti zadovoljen sljedeći uvjet:

$$u_{fin}^{Gk,j} + u_{fin}^{Qk,j} \leq \frac{L}{200} \quad (72)$$

3. Primjer proračuna spregnutih nosača

U ovom se poglavlju navodi primjer spreznja klasičnog drvenog stropa betonskom pločom. Općenito, postoje tri metode za proračun spregnutog nosača: γ - metoda, metoda fiksne poprečne sile te elastoplastična metoda. Za proračun u ovom radu primijenjena je γ - metoda, koja je i najčešća za proračun spregnutih sustava drvo-beton. Ta se metoda može primijeniti ako je razmatrani statički sustav jednostavno položena greda i ako su zadovoljene sljedeće pretpostavke:

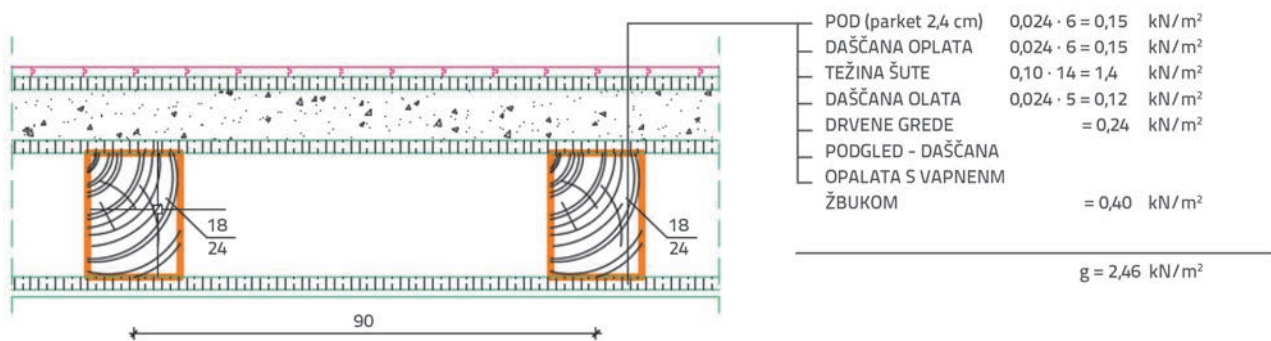
1. drveni element mora biti punog poprečnog presjeka
2. razmak spojnih sredstava može biti konstantan ili promjenjiv ovisno o poprečnoj sili
3. greda je spregnuta na način da je ostvarena podatljiva veza
4. momenti savijanja od djelovanja mogu se opisati kao sinusoidne ili parabolične funkcije

Treba napomenuti da γ - metoda daje zadovoljavajuće rezultate ako su oba materijala u linearno-elastičnom području. Nedostatak joj je taj što ne uzima u obzir duktilnost spoja. Osim te metode postoji metoda fiksne posmične sile. Metoda pretpostavlja elastoplastičan odnos opterećenja i popuštanja kako bi djelomično uzela u obzir duktilnost spoja. Uz pretpostavku da sva spojna sredstva popuštaju istodobno, stvara se pogreška u procjeni te je ova metoda relativno konzervativna. Treća metoda proračuna je elastoplastična metoda pogodna za proračun krajnjega graničnog stanja. Metoda pretpostavlja savršeno krut spoj, tj. savršeno plastičan odnos naprezanje-popuštanje. Kako

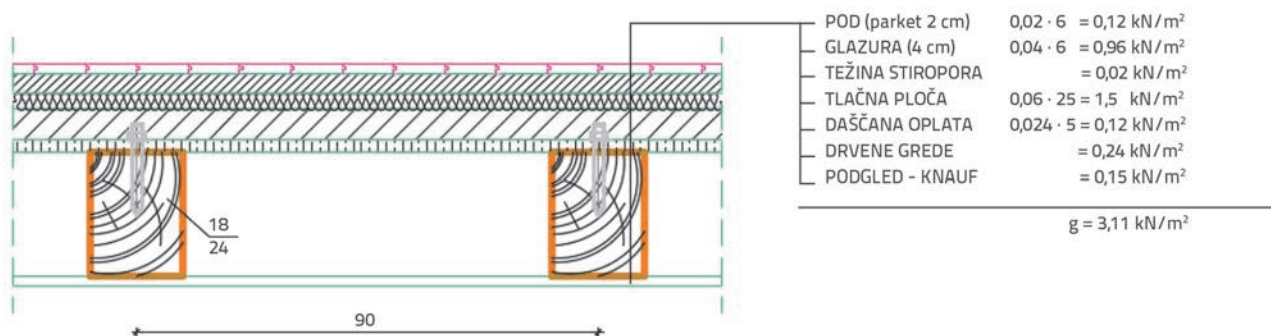
većina spojnih sredstva ne daje savršeno krut spoj, u slučaju proračuna ponašanja konstrukcije pod uporabnim opterećenjem dobivamo nosivosti veće od realnih. Elastoplastična metoda pogodna je za dobivanje konačne efektivne krutosti te nosivosti same konstrukcije, međutim precjenjuje početnu efektivnu krutost u elastičnom području. Na temelju svega navedenog, a i zato što je ta metoda definirana u normama [2, 3], u ovom će se primjeru proračuna primijeniti γ - metoda.

U primjeru su dane uobičajene dimenzije grednika te slojevi poda i podgleda (slika 5.). Stanje nakon rekonstrukcije (slika 6) predviđa uklanjanje drvene šute te oplata s vapnenom žbukom radi ostvarivanja karakteristika koje odgovaraju današnjim zahtjevima. Dimenzije elemenata na slikama preuzete su iz rada [5]. U obzir je uzeto stalno i korisno opterećenje. Pretpostavlja se da je razred uporabe (vlažnosti) 1 te je u skladu s tim određen faktor izmjene $k_{mod} = 0,9$ i faktor deformiranja $k_{def} = 0,6$. Faktor za nazovistalnu vrijednost promjenjivog djelovanja $\Psi_2 = 0,3$ određen je prema kategoriji A - kuće, stambene zgrade.

- razred čvrstoće betona: C25/30 $\rightarrow E_c = 30500 \text{ N/mm}^2$ ($E_{cm} = E_c$)
- puno drvo: klasa C24 $\rightarrow E_{0,mean} = 11000 \text{ N/mm}^2$ ($E_{0,mean} = E_t$, $\rho_m = 420 \text{ kg/m}^3$)
- g (stalno opterećenje) = 3,05 kN/m²
- q (korisno opterećenje) = 2,0 kN/m²
- L (raspon) = 6 m
- e (razmak grednika) = 0,9 m
- s (razmak spajala) = 120 mm



Slika 5. Opterećenje postojećeg stropa sa slojevima [5]



Slika 6. Opterećenje spregnutog stropa sa slojevima [5]

- d (promjer vijka) = 20 mm
- $\gamma_{M,c}$ (parcijalni koeficijent sigurnosti za beton) = 1,5
- $\gamma_{M,t}$ (parcijalni koeficijent sigurnosti za drvo) = 1,3.

3.1. Proračun kratkotrajnih učinaka

3.1.1. Provjera za krajnje granično stanje nosivosti

Ta je provjera provedena na sljedeći način:

$$I_c = \frac{bh^3}{12} = \frac{90 \cdot 6^3}{12} = 1620 \text{ cm}^4 = 16.200.000 \text{ mm}^4$$

$$I_t = \frac{bh^3}{12} = \frac{18 \cdot 24^3}{12} = 20.736 \text{ cm}^4 = 207.360.000 \text{ mm}^4$$

$$A_c = b \cdot h = 6 \cdot 90 = 540 \text{ cm}^2 = 54000 \text{ mm}^2$$

$$A_t = b \cdot h = 18 \cdot 24 = 432 \text{ cm}^2 = 43200 \text{ mm}^2$$

$$K_{ser} = 2 \cdot \rho_m^{1,5} \frac{d}{23} = 2 \cdot 420^{1,5} \cdot \frac{20}{23} = 14969,5 \frac{N}{mm} \text{ (GSU)}$$

$$K_u = \frac{2}{3} \cdot K_{ser} = \frac{2}{3} \cdot 14969,5 = 9979,7 \frac{N}{mm} \text{ (GSN)}$$

Koeficijenti klizanja:

$$\gamma_t = 1$$

$$\gamma_c = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 E_c A_c s}{KL^2}} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 30500 \cdot 54000 \cdot 120}{9979,7 \cdot 6000^2}} = 0,16$$

Ekscentriciteti težišta drvenog (a_t) i betonskog dijela presjeka (a_c):

$$a_t = \frac{\gamma_c E_c A_c (h_c + h_t)}{2(\gamma_c E_c A_c + E_t A_t)} = \frac{0,16 \cdot 30500 \cdot 54000 \cdot (60 + 240)}{2(0,16 \cdot 30500 \cdot 54000 + 11000 \cdot 43200)} = 53,51 \text{ mm} = 5,351 \text{ cm}$$

$$a_c = \frac{h_c + h_t}{2} - a_t = \frac{60 + 240}{2} - 53,51 = 96,49 \text{ mm} = 9,649 \text{ cm}$$

Djelotvorna krutost na savijanje podatljivo spregnute grede:

$$\begin{aligned} (EI)_{eff} &= E_c I_c + E_t I_t + \gamma_c E_c A_c a_c^2 + \gamma_t E_t A_t a_t^2 \\ &= 30500 \cdot 16200000 + 11000 \cdot 207360000 + 0,16 \cdot 30500 \cdot \\ &\quad 54000 \cdot 96,49^2 + 1 \cdot 11000 \cdot 43200 \cdot 53,51^2 \\ &= 6,5 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2 \\ &= 6,5 \cdot 10^{10} \text{ Ncm}^2. \end{aligned}$$

Računsko opterećenje:

$$q_{sd} = (\gamma_g g + \gamma_q q) \cdot e = (1,35 \cdot 3,11 + 1,5 \cdot 2,0) \cdot 0,9 = 6,48 \text{ kN/m}'$$

$$M_d = \frac{q_{sd} L^2}{8} = \frac{6,48 \cdot 6^2}{8} = 29,16 \text{ kNm} = 29,16 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

Uzdužna normalna naprezanja u težištima dijelova podatljivo spregnute T-grede:

$$\sigma_t = \gamma_t \frac{M_d E_{0,mean} a_t}{(EI)_{eff}} = 1 \cdot \frac{29,16 \cdot 10^6 \cdot 11000 \cdot 53,51}{6,5 \cdot 10^{12}} = 2,64 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_c = \gamma_c \frac{M_d E_{cm} a_c}{(EI)_{eff}} = 0,16 \cdot \frac{29,16 \cdot 10^6 \cdot 30500 \cdot 96,49}{6,5 \cdot 10^{12}} = 2,11 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,t} = \frac{M_d E_{0,mean}}{(EI)_{eff}} \left(\frac{h_t}{2} \right) = \frac{29,16 \cdot 10^6 \cdot 11000}{6,5 \cdot 10^{12}} \cdot \left(\frac{240}{2} \right) = 5,92 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{m,c} = \frac{M_d E_{cm}}{(EI)_{eff}} \cdot \left(\frac{h_c}{2} \right) = \frac{29,16 \cdot 10^6 \cdot 30500}{6,5 \cdot 10^{12}} \cdot \left(\frac{60}{2} \right) = 4,10 \text{ N/mm}^2$$

Naprezanje gornjeg, $\sigma_{c,g}$ i donjeg ruba betonske ploče podatljivo spregnutog T-presjeka, $\sigma_{c,d}$ moraju zadovoljiti sljedeće jednadžbe:

$$f_{ck} = 25 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_{M,c}} = \frac{25}{1,5} = 16,67 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{c,g} = \sigma_{m,c} + \sigma_c \leq f_{cd} \quad \sigma_{c,d} = \sigma_{m,c} - \sigma_c \leq f_{cd}$$

$$\sigma_{c,g} = 4,10 + 2,11 = 6,21 \text{ N/mm}^2 \leq 16,67 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{c,d} = 4,10 - 2,11 = 1,99 \text{ N/mm}^2 \leq 16,67 \text{ N/mm}^2$$

Provjera nosivosti za drvenu gredu podatljivo spregnutog presjeka:

$$f_{t0,k} = 14 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{m,k} = 24 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{t0,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{t0,k}}{\gamma_{M,t}} = 0,9 \cdot \frac{14}{1,3} = 9,69 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{m,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{m,k}}{\gamma_{M,t}} = 0,9 \cdot \frac{24}{1,3} = 16,62 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\sigma_{t,d}}{f_{t0,d}} + \frac{\sigma_{m,t,d}}{f_{m,d}} \leq 1$$

$$\frac{2,64}{9,69} + \frac{5,92}{16,62} \leq 1$$

$$0,63 \leq 1$$

Provjera posmične nosivosti drvenog dijela presjeka - u cijelosti preuzima najveću poprečnu silu, V_d :

$$V_d = \frac{q_{sd} \cdot L}{2} = \frac{6,48 \cdot 6}{2} = 19,44 \text{ kN} = 19440 \text{ N}$$

$$f_{v,k} = 2,5 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{v,k}}{\gamma_{M,t}} = 0,9 \cdot \frac{2,5}{1,3} = 1,73 \text{ N/mm}^2$$

$$b_{eff} = k_{cr} \cdot b = 0,67 \cdot 180 = 120,6 \text{ mm}$$

$$\tau = \frac{V_d}{(b_{eff} \cdot h_t)} \leq f_{v,d}$$

$$\tau = \frac{19440}{(120,6 \cdot 240)} \leq f_{v,d}$$

$$\tau = 0,67 \text{ N/mm}^2 \leq 1,73 \text{ N/mm}^2$$

3.1.2. Provjere za granično stanje uporabljivosti - provjera trenutačnih progiba

Za modul klizanja K_i se usvaja:

$$K_i = K_{ser} = 14969,5 \text{ N/mm}$$

Koeficijenti klizanja:

$$\gamma_t = 1$$

$$\gamma_c = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 E_c A_c s}{KL^2}} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 30500 \cdot 54000 \cdot 120}{14969,5 \cdot 6000^2}} = 0,22$$

Ekscentriciteti težišta drvenog (a_t) i betonskog dijela presjeka (a_c):

$$a_t = \frac{\gamma_c E_c A_c (h_c + h_t)}{2(\gamma_c E_c A_c + E_t A_t)} = \frac{0,22 \cdot 30500 \cdot 54000 \cdot (60 + 240)}{2(0,22 \cdot 30500 \cdot 54000 + 11000 \cdot 43200)} = 64,89 \text{ mm} = 6,489 \text{ cm}$$

$$a_c = \frac{h_c + h_t}{2} - a_t = \frac{60 + 240}{2} - 64,89 = 85,11 \text{ mm} = 8,511 \text{ cm}$$

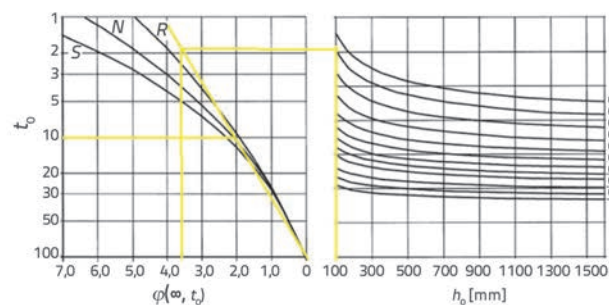
Djelotvorna krutost na savijanje podatljivo spregnute grede:

$$\begin{aligned} (EI)_{eff} &= E_c I_c + E_t I_t + \gamma_c E_c A_c a_c^2 + \gamma_t E_t A_t a_t^2 \\ &= 30500 \cdot 16200000 + 11000 \cdot 207360000 + 0,22 \cdot 30500 \cdot \\ &\quad 54000 \cdot 85,11^2 + 1 \cdot 11000 \cdot 43200 \cdot 64,89^2 \\ &= 7,4 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2 \\ &= 7,4 \cdot 10^{10} \text{ Ncm}^2 \end{aligned}$$

Vrijednost ukupnog progiba od djelovanja stalnog opterećenja:

$$g = 3,11 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,9 \text{ m} = 2,80 \text{ kN/m}'$$

$$M_g = \frac{gL^2}{8} = \frac{2,80 \cdot 6^2}{8} = 12,6 \text{ kNm} = 12,6 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$



Slika 7. Određivanje koeficijenta puzanja $\varphi(\omega, t_0)$ za beton uz uobičajene uvjete okoliša

$$u_{inst}^{Gk,j} = \frac{5}{48} \cdot \frac{M_g \cdot L^2}{(EI)_{eff}} = \frac{5}{48} \cdot \frac{12,6 \cdot 10^6 \cdot 6000^2}{7,4 \cdot 10^{12}} = 6,39 \text{ mm}$$

Vrijednost ukupnog progiba od djelovanja promjenjivog opterećenja:

$$q = 2,0 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,9 \text{ m} = 1,8 \text{ kN/m}'$$

$$M_q = \frac{qL^2}{8} = \frac{1,8 \cdot 6^2}{8} = 8,1 \text{ kNm} = 8,1 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

$$u_{inst}^{Qk,j} = \frac{5}{48} \cdot \frac{M_q \cdot L^2}{(EI)_{eff}} = \frac{5}{48} \cdot \frac{8,1 \cdot 10^6 \cdot 6000^2}{7,4 \cdot 10^{12}} = 4,10 \text{ mm}$$

Za trenutačni progib moraju biti zadovoljeni sljedeći uvjeti:

$$u_{inst}^{Gk,j} \leq \frac{L}{300}$$

$$6,39 \text{ mm} \leq 20 \text{ mm}$$

$$u_{inst}^{Qk,j} \leq \frac{L}{300}$$

$$4,10 \text{ mm} \leq 20 \text{ mm}.$$

Za ukupni progib mora biti zadovoljen sljedeći uvjet:

$$u_{inst}^{Gk,j} + u_{inst}^{Qk,j} \leq \frac{L}{200}$$

$$6,39 + 4,10 \leq 30$$

$$10,49 \text{ mm} \leq 30 \text{ mm}$$

3.2. Proračun dugotrajnih učinaka

3.2.1. Provjera za granično stanje nosivosti

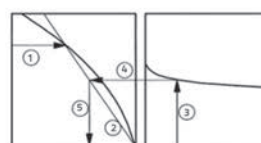
Efektivni modul elastičnosti betona za dugotrajno opterećenje:

$$E_{cm,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(t, t_0)} = \frac{30500}{1 + 3,5} = 6777,78 \text{ N/mm}^2$$

Za proračun koeficijenta puzanja u dijagramu na slici 7. uzet je beton razreda C25/30, N krivulja dijagrama (za N razred cementa) te početak opterećenja sustava nakon 10 dana ($t_0 = 10$ dana).

$$\varphi(t, t_0) = 3,5$$

a) unutarnji uvjeti - RH = 50 %



Bilješka:

- sjecište između redaka 4 i 5 mogu također biti iznad točke 1
- za $t_0 > 100$ dovoljno je precizno pretpostaviti $t_0 = 100$ (i koristiti tangentu linije)

Konačna srednja vrijednost modula elastičnosti drva:

$$E_{0,mean,fin} = \frac{E_{0,mean}}{(1 + \psi k_{def})} = \frac{11000}{(1 + 0,3 \cdot 0,6)} = 9322,03 \text{ N/mm}^2$$

Modul klizanja:

$$K_{ser,fin} = \frac{K_u}{(1 + \psi k_{def})} = \frac{9979,7}{(1 + 0,3 \cdot 0,6)} = 8457 \text{ N/mm}$$

Parametri krutosti na savijanje tijekom uporabljivosti građevine (KGS):

- koeficijent klizanja za beton

$$\gamma_c = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 E_{cm,eff} A_c s}{K_{ser,fin} L^2}} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 6777,78 \cdot 54000 \cdot 120}{8457 \cdot 6000^2}} = 0,41$$

- ekscentriciteti težišta betonskog (a_c) i drvenog dijela presjeka (a_t)

$$a_c = \frac{E_{0,mean,fin} A_t h}{\gamma_c E_{cm,eff} A_c + E_{0,mean,fin} A_t} = \frac{9322,03 \cdot 43200 \cdot 174}{0,41 \cdot 6777,78 \cdot 54000 + 9322,03 \cdot 43200} = 126,76 \text{ mm}$$

$$a_t = \frac{\gamma_c E_{cm,eff} A_c h}{\gamma_c E_{cm,eff} A_c + E_{0,mean,fin} A_t} = \frac{0,41 \cdot 6777,78 \cdot 54000 \cdot 174}{0,41 \cdot 6777,78 \cdot 54000 + 9322,03 \cdot 43200} = 47,24 \text{ mm}$$

$$h = \frac{240}{2} + \frac{60}{2} + 24 = 174 \text{ mm}$$

- efektivna krutost na savijanje

$$(E)_{eff} = E_{cm,eff} I_c + E_{0,mean,fin} I_t + \gamma_c E_{cm,eff} A_c a_c^2 + \gamma_t E_{0,mean,fin} A_t a_t^2 = 6777,78 \cdot 16200000 + 9322,03 \cdot 207360000 + 0,41 \cdot 6777,78 \cdot 54000 \cdot 85,11^2 + 126,76 \cdot 9322,03 \cdot 43200 \cdot 47,24^2 = 5,35 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2 = 5,35 \cdot 10^{10} \text{ Ncm}^2$$

- nazovistalna kombinacija

$$q_{sd,1} = (\gamma_g g + \gamma_q \psi_2 q) e = (1,0 \cdot g + 1,0 \cdot 0,3 q) \cdot e = (1 \cdot 3,11 + 1,0 \cdot 0,3 \cdot 0,2) \cdot 0,9 = 3,34 \text{ [kN/m]}$$

- proračunski moment savijanja

$$M_{d,q_{sd,1}} = \frac{q_{sd,1} L^2}{8} = \frac{3,34 \cdot 6^2}{8} = 15,03 \text{ kNm} = 15,03 \cdot 10^6 \text{ Nmm}$$

- proračunska poprečna sila

$$V_{d,q_{sd,1}} = \frac{q_{sd,1} L}{2} = \frac{3,34 \cdot 6}{2} = 10,02 \text{ kN} = 10020 \text{ N}$$

Za drveni dio presjeka mora biti zadovoljeno sljedeće:

- uzdužna naprezanja u drvu uzrokovana uzdužnom silom zbog kombinacije opterećenja $q_{sd,1}$

$$\sigma_{t(q_{sd,1})} = \frac{E_{0,mean,fin} a_t M_{d,q_{sd,1}}}{(E)_{eff}} = \frac{9322,03 \cdot 47,24 \cdot 15,03 \cdot 10^6}{5,35 \cdot 10^{12}} = 1,24 \text{ N/mm}^2$$

- uzdužno naprezanje u drvu uzrokovano momentom savijanja zbog kombinacije opterećenja $q_{sd,1}$

$$\sigma_{m,t(q_{sd,1})} = \frac{1}{2} \cdot \frac{E_{0,mean,fin} h_t M_{d,q_{sd,1}}}{(E)_{eff}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{9322,03 \cdot 240 \cdot 15,03 \cdot 10^6}{5,35 \cdot 10^{12}} = 3,14 \text{ N/mm}^2$$

- provjera nosivosti za drvenu gredu podatljivo spregnutog presjeka

$$\frac{\sigma_{t(q_{sd,1})}}{f_{t,o,d}} + \frac{\sigma_{m,t,q_{sd,1}}}{f_{m,d}} \leq 1$$

$$\frac{1,24}{9,69} + \frac{3,14}{16,62} \leq 1$$

$$0,32 \leq 1$$

Posmično naprezanje u drvu uzrokovano kombinacijom opterećenja $q_{sd,1}$

$$\tau_{\max(q_{sd,1})} = \frac{V_{d,q_{sd,1}}}{(b_{eff} \cdot h_t)} \leq f_{v,d}$$

$$\tau_{\max(q_{sd,1})} = \frac{10020}{(120,6 \cdot 240)} \leq f_{v,d}$$

$$\tau_{\max(q_{sd,1})} = 0,35 \text{ N/mm}^2 \leq 1,73 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{v,k} = 2,5 \text{ N/mm}^2 \rightarrow f_{v,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{v,k}}{\gamma_{M,t}} = 0,9 \cdot \frac{2,5}{1,3} = 1,73 \text{ N/mm}^2$$

Provjera tlaka okomito na vlakanca na ležaju, za kombinaciju opterećenja $q_{sd,1}$

$$\sigma_{c,90(q_{sd,1})} = \frac{V_{d,q_{sd,1}}}{I_b b_t} = \frac{10020}{200 \cdot 180} = 0,28 \text{ N/mm}^2$$

Za betonski dio presjeka mora biti zadovoljeno sljedeće:

- uzdužna naprezanja u betonu uzrokovana uzdužnom silom zbog kombinacije opterećenja $q_{sd,1}$

$$\sigma_{q(q_{sd,1})} = \frac{\gamma_c E_{cm,eff} a_c M_{d,q_{sd,1}}}{(E)_{eff}} = \frac{0,41 \cdot 6777,78 \cdot 126,76 \cdot 15,03 \cdot 10^6}{5,35 \cdot 10^{12}} = 0,99 \text{ N/mm}^2$$

- uzdužno naprezanje u betonu uzrokovano momentom savijanja zbog kombinacije opterećenja $q_{sd,1}$

$$\sigma_{m,c(q_{sd,1})} = \frac{1}{2} \cdot \frac{E_{cm,eff} h_c M_{d,q_{sd,1}}}{(E)_{eff}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{6777,78 \cdot 60 \cdot 15,03 \cdot 10^6}{5,35 \cdot 10^{12}} = 0,57 \text{ N/mm}^2$$

- ukupno naprezanje na gornjem rubu betona

$$\sigma_{c,g} = \sigma_{c(q_{sd,1})} - \sigma_{m,c(q_{sd,1})} < f_{cd}$$

$$\sigma_{c,g} = -0,99 - 0,57 = -1,56 \text{ M/mm}^2 < 16,67 \text{ N/mm}^2$$

- ukupno naprezanje na donjem rubu betona

$$\sigma_{t,d} = -\sigma_{c(q_{sd,1})} + \sigma_{m,c(q_{sd,1})} < f_{ctd}$$

$$\sigma_{t,d} = -0,99 + 0,57 = -0,42 \text{ M/mm}^2 < 1,2 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{t,d} = -0,99 + 0,57 = -0,42 \text{ M/mm}^2 < 2,2 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{ctk;0,05} = 1,8 \text{ N/mm}^2 \rightarrow f_{ctd} = \frac{f_{ctk;0,05}}{\gamma_{M,c}} = \frac{1,8}{1,5} = 1,2 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{ctk;0,95} = 3,3 \text{ N/mm}^2 \rightarrow f_{ctd} = \frac{f_{ctk;0,95}}{\gamma_{M,c}} = \frac{3,3}{1,5} = 2,2 \text{ N/mm}^2$$

3.2.2. Provjera za granično stanje uporabljivosti

Efektivni modul elastičnosti betona za dugotrajno opterećenje:

$$E_{cm,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \varphi(t, t_0)} = \frac{30500}{1 + 3,5} = 6777,78 \text{ N/mm}^2$$

Konačna srednja vrijednost modula elastičnosti drva:

$$E_{0,mean,fin} = \frac{E_{0,mean}}{(1 + k_{def})} = \frac{11000}{(1 + 0,6)} = 6875 \text{ N/mm}^2$$

Modul klizanja:

$$K_{ser,fin} = \frac{K_{ser}}{(1 + k_{def})} = \frac{14969,5}{(1 + 0,6)} = 9355,94 \text{ N/mm}$$

Koeficijenti klizanja:

$$\gamma_t = 1$$

$$\gamma_c = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 E_{cm,eff} A_c s}{K_{ser,fin} L^2}} = \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 \cdot 6777,78 \cdot 54000 \cdot 120}{9355,94 \cdot 6000^2}} = 0,44$$

Ekscentriciteti težišta drvenog (a_t) i betonskog dijela presjeka (a_c):

$$a_t = \frac{\gamma_c E_{cm,eff} A_c (h_c + h_t)}{2(\gamma_c E_{cm,eff} A_c + E_{0,mean,fin} A_t)} = \frac{0,44 \cdot 6777,78 \cdot 54000 \cdot (60 + 240)}{2 \cdot (0,44 \cdot 6777,78 \cdot 54000 + 6875 \cdot 43200)} = 52,74 \text{ mm}$$

$$a_c = \frac{h_c + h_t}{2} - a_t = \frac{60 + 240}{2} - 52,74 = 98,69 \text{ mm}$$

Djelotvorna krutost na savijanje podatljivo spregnute grede:

$$(EI)_{eff} = E_{cm,eff} I_c + E_{0,mean,fin} I_t + \gamma_c E_{cm,eff} A_c a_c^2 + \gamma_t E_{0,mean,fin} A_t a_t^2 \\ = 6777,78 \cdot 16200000 + 6875 \cdot 207360000 + 0,44 \cdot 6777,78 \cdot 54000 \cdot 98,69^2 + 1 \cdot 6875 \cdot 43200 \cdot 52,74^2 \\ = 3,99 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2 \\ = 3,99 \cdot 10^{10} \text{ Ncm}^2$$

Vrijednost konačnog progiba od djelovanja stalnog opterećenja:

$$g = 3,11 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,9 \text{ m} = 2,80 \text{ kN/m}$$

$$M_g = \frac{gL^2}{8} = \frac{2,80 \cdot 6^2}{8} = 12,6 \text{ kNm} = 12,6 \cdot 10^6 \text{ Nmm} \\ u_{fin}^{Gk,j} = \frac{5}{48} \cdot \frac{M_g \cdot L^2}{(EI)_{eff}} = \frac{5}{48} \cdot \frac{12,6 \cdot 10^6 \cdot 6000^2}{3,99 \cdot 10^{12}} = 11,84 \text{ mm}$$

Vrijednost konačnog progiba od djelovanja promjenjivog opterećenja:

$$q = 2,0 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,9 \text{ m} = 1,8 \text{ kN/m}$$

$$M_q = \frac{qL^2}{8} = \frac{1,8 \cdot 6^2}{8} = 8,1 \text{ kNm} = 8,1 \cdot 10^6 \text{ Nmm} \\ u_{fin}^{Qk,j} = \frac{5}{48} \cdot \frac{M_q \cdot L^2}{(EI)_{eff}} = \frac{5}{48} \cdot \frac{8,1 \cdot 10^6 \cdot 6000^2}{3,99 \cdot 10^{12}} = 7,61 \text{ mm}$$

Za konačni progib moraju biti zadovoljeni sljedeći uvjeti:

$$u_{fin}^{Gk,j} \leq \frac{L}{200}$$

$$11,84 \text{ mm} \leq 30 \text{ mm}$$

$$u_{fin}^{Qk,j} \leq \frac{L}{200}$$

$$7,61 \text{ mm} \leq 30 \text{ mm}$$

Za ukupni progib od stalnog i promjenjivog djelovanja mora biti zadovoljen sljedeći uvjet:

$$u_{fin}^{Gk,j} + u_{fin}^{Qk,j} \leq \frac{L}{200}$$

$$11,84 + 7,61 \text{ mm} \leq 30 \text{ mm}$$

$$19,45 \text{ mm} \leq 30 \text{ mm}$$

3.3. Proračun potrebne armature

Betonsku ploču potrebno je armirati minimalnom armaturom radi ostvarivanja duktilnosti presjeka te smanjenja utjecaja pužanja i skupljanja betona. Ovaj proračun je jasno definiran odredbama iz norme [9].

3.4. Proračun spojnih sredstava

Proračun nosivosti spojnog sredstva za spregnuti nosač nije definiran u normama [2, 3]. Ovdje će biti prikazan proračun prema radovima [7, 8].

Navode se izračunani parametri spojnih sredstava u koje se ubrajaju:

- čvrstoća drva na tlak po omotaču otvora za opterećenje u smjeru vlakana

$$f_{h,o,k} = 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot d) \cdot \rho_k = 0,082 \cdot (1 - 0,01 \cdot 20) \cdot 420 = 27,552 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{h,o,d} = k_{mod} \cdot \frac{f_{h,o,k}}{1,3} = 0,9 \cdot \frac{27,552}{1,3} = 19,07 \text{ N/mm}^2$$

- karakteristična vlačna čvrstoća čelika za izradu trnova S 275

$$f_{u,k} = 430 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{u,d} = \frac{f_{u,k}}{1,1} = \frac{430}{1,1} = 390,9 \text{ N/mm}^2$$

- moment tečenja spojnog sredstva

$$M_y = \frac{f_u}{600} \cdot 180 \cdot d^{2,6} = \frac{390,9}{600} \cdot 180 \cdot 20^{2,6} = 283051,1436 \text{ Nmm}$$

- debljina međusloja (daščana oplata)

$$t = 2,4 \text{ cm} = 24 \text{ mm}$$

$$\beta = \frac{f_c}{f_{h,o,d}} = \frac{25}{19,07} = 1,31$$

- otpornost za model koji predstavlja *elastično-idealno-plastično* ponašanje betona

$$F_{p,c} = f_{h,o,d} \cdot d \cdot \sqrt{\frac{2\beta}{1+\beta} \cdot \sqrt{\frac{2M_y}{f_{h,o,d} \cdot d} + \frac{\beta}{1+\beta} \cdot \frac{t^2}{2}} - \frac{\beta}{1+\beta} \cdot t}$$

$$= 19,07 \cdot 20 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 1,31}{1+1,31} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 283051,1436}{19,07 \cdot 20} + \frac{1,31}{1+1,31} \cdot \frac{24^2}{2}} - \frac{1,31}{1+1,31} \cdot 24} = 16473,75 \text{ N}$$

- otpornost za model koji predstavlja *linearno-elastično* ponašanje betona

$$F_{e,c} = \sqrt{4 \cdot M_y \cdot f_{h,o,d} \cdot d} = \sqrt{4 \cdot 283051,1436 \cdot 19,07 \cdot 20} = 20780,35 \text{ N}$$

- otpornost za model koji predstavlja *linearno-elastično* ponašanje s drobljenjem betona

$$F_{cr,c} = d \cdot f_{h,o,d} \cdot \left(-e + \sqrt{e^2 + \frac{4M_y}{d \cdot f_{h,o,d}}} \right) = 20 \cdot 19,07 \cdot \left(-5 + \sqrt{5^2 + \frac{4 \cdot 283051,1436}{20 \cdot 19,07}} \right) = 18960,67 \text{ N}$$

- mjerodavna otpornost: $F_{p,c} = 16473,75 \text{ N}$

Opterećenja na spajala - za presjek s najvećom poprečnom silom:

→ za KRATKOTRAJNE DEFORMACIJE

$$F_{t1,d} = \gamma_t \frac{E_t A_{t,s_{min}}}{(EI)_{eff}} V_d = 1 \cdot \frac{11000 \cdot 43200 \cdot 52,54 \cdot 120}{6,5 \cdot 10^{12}} \cdot 19440 = 8960,47 \text{ N}$$

$$F_{t1,d} \leq F_{p,c}$$

$$8960,47 \text{ N} \leq 16473,75 \text{ N}$$

→ za DUGOTRAJNE DEFORMACIJE

$$F_{t2,d} = \gamma_t \frac{E_t A_{t,s_{min}}}{(EI)_{eff}} V_d = 1 \cdot \frac{9565,22 \cdot 43200 \cdot 47,18 \cdot 120}{5,49 \cdot 10^{12}} \cdot 10020 = 4269,86 \text{ N}$$

$$F_{t2,d} \leq F_{p,c}$$

$$4269,86 \text{ N} \leq 16473,75 \text{ N}$$

4. Zaključak

U ovom radu prikazan je proračun spregnutog nosača drvo - beton. Središnji dio rada predstavlja detaljni numerički primjer, odnosno statički proračun nosača, uzimajući u obzir ne samo kratkotrajne deformacije nego i dugotrajne deformacije uslijed reoloških pojava. Proračun kratkotrajnih deformacija proveden je γ - postupkom, koji je definiran u normama [2, 3]. Proračun dugotrajnih deformacija za spregnute sustave još je uvijek nedorečen. Deformacije ovise o količini vlage u drvu, o skupljanju, bubrenju i puzanju drva, o skupljanju, puzanju i temperaturnim promjenama unutar betona te o proklizivanju spojnog sredstva. U prikazanom proračunu u obzir su uzeti utjecaj vlage u drvu, puzanje betona i drva te utjecaj proklizivanja spojnog sredstva. Te pojave utječe na efektivnu krutost, a time i na vrijednosti napreznja i progiba. U navedenom računskom primjeru u obzir je uzeto krajnje granično stanje nosivosti i granično stanje uporabivosti. Na kraju je dan i primjer proračuna nosivosti spojnog sredstva za takav nosač. Daljnja ispitivanja takvih nosača moguća su eksperimentalno radi eventualne korekcije računskog modela otpornosti te analize pouzdanosti. S obzirom na kompleksnost područja, analiza pouzdanosti takvih nosača, koju bi trebalo provesti koristeći se metodologijom kao u radu [10], je vrlo zahtjevna no autori smatraju da je nužna.

LITERATURA

- [1] Rajčić, V.: Eksperimentalna ispitivanja spregnutih nosača drvo - lagani beton. *GRAĐEVINAR*, 53 (2001) 1, pp. 1-8
- [2] HRN EN 1995-1-1: 2013 Eurokod 5: Projektiranje drvenih konstrukcija - Dio 1-1: Općenito - Opća pravila i pravila za zgrade
- [3] HRN EN 1995-2: 2013 Eurokod 5: Projektiranje drvenih konstrukcija - Dio 2: Mostovi - Nacionalni dodatak
- [4] Stepinac, M., Rajčić, V., Barbalčić, J.: Utjecaj dugotrajnog opterećenja na spregnute sustave drvo-beton, *GRAĐEVINAR*, 67 (2015) 3, pp. 235-246
- [5] Galić, J., Galić, B.: Pojačanje stropova i zidanih zidova starih građevina, *Dani ovlaštenih inženjera građevinarstva*, Opatija, 2011
- [6] Yeoh, D.: *Behaviour and design of timber - concrete composite floor system* (doktorska disertacija), Canterbury: University of Canterbury, Department of Civil and Natural Resources, 2010
- [7] Dias, A. M. P. G., Lopes, S. M. R., Kuilen, J. W. G. V. d., Cruz, H. M. P.: Load-Carrying Capacity of Timber-Concrete Joints with Dowel-Type Fasteners, *Journal of structural engineering*, pp. 720-727, 2007.
- [8] Zhang, C.: *Analysis of the Timber - Concrete Composite Systems with Ductile Connection*, Toronto: University of Toronto, 2013.
- [9] HRN EN 1992-1-1: 2013 Eurokod 2: Projektiranje betonskih konstrukcija: - Dio 1-1: Općenito - Opća pravila i pravila za zgrade. Dio 1-1: Opća pravila i pravila za zgrade (EN 1992-1-1:2004/A1:2014)
- [10] Androić, B., Čizmar, D., Rajčić, V.: Analiza pouzdanosti drvenih lameliranih nosača, *GRAĐEVINAR*, 60 (2008) 6, pp. 513-518.