

Primljen / Received: 13.8.2020.

Ispravljen / Corrected: 15.10.2020.

Prihvaćen / Accepted: 16.11.2020.

Dostupno online / Available online: 10.2.2021.

# Analiza oštetljivosti i robusnosti višekratne armiranobetonske zgrade

## Autori:



Mr.sc. **Miloš Čokić**, dipl.ing.građ.  
Sveučilište u Novom Sadu, Srbija  
Fakultet tehničkih znanosti  
[cokicmilos@gmail.com](mailto:cokicmilos@gmail.com)  
Autor za korespondenciju



Prof.emer.dr.sc. **Radomir Folić**, dipl.ing.građ.  
Sveučilište u Novom Sadu, Srbija  
Fakultet tehničkih znanosti  
[folic@uns.ac.rs](mailto:folic@uns.ac.rs)

Znanstveni rad

**Miloš Čokić, Radomir Folić**

## Analiza oštetljivosti i robusnosti višekratne armiranobetonske zgrade

U radu je analizirana robusnost armiranobetonske (AB) peteroetažne zgrade (okvir ukrućen zidovima). Konstrukcija visoke klase duktilnosti dimenzionirana je u skladu s nizom konstrukcijskih norma Eurokod. Analiziran je odziv konstrukcije za osam scenarija gubitka pojedinih vertikalnih elementa u prizemlju. Za analizu robusnosti primijenjene su metoda nelinearne statičke (NSA) i dinamičke analize (NDA). Statističkom obradom konstruirane su krivulje oštetljivosti zgrade. Uspoređene su vrijednosti dobivene primjenom NSA i NDA, granična stanja oštećenja sistema i krivulje oštetljivosti. Proučen je i utjecaj položaja uklonjenoga elementa na robusnost.

### Ključne riječi:

AB konstrukcija zgrade, okvir ukrućen zidovima, robusnost, oštetljivost, progresivni slom, nelinearna statička analiza, nelinearna dinamička analiza, granična stanja oštećenja

Research Paper

**Miloš Čokić, Radomir Folić**

## Fragility and robustness analysis of a multistorey RC building

The robustness of a reinforced concrete (RC) five-storey building (frame system stiffened by walls) is analysed in the paper. A high ductility class structure is designed in accordance with structural Eurocodes. The response of the structure to eight different scenarios of the ground floor vertical element loss is analysed. Nonlinear Static Analysis (NSA) and Nonlinear Dynamic Analysis (NDA) methods are used for the robustness analysis. Fragility curves of the building are derived from statistical analysis of these results. The values obtained through NSA and NDA, damage limit states of the system, and fragility curves, are compared. The influence of the position of the removed element on robustness of the structure is also analysed.

### Key words:

RC structure of a building, frame structure stiffened by walls, robustness, fragility, progressive collapse, nonlinear static analysis, nonlinear dynamic analysis, damage limit states

Vorherige Mitteilung

**Miloš Čokić, Radomir Folić**

## Schadens- und Robustheitsanalyse eines mehrstöckigen Stahlbetongebäudes

Die Arbeit analysiert die Robustheit eines fünfstöckigen Gebäudes aus Stahlbeton (SB) (durch Wände versteifter Rahmen). Eine Konstruktion mit hoher Duktilität wird in Übereinstimmung mit einer Reihe von Eurocode-Konstruktionsnormen dimensioniert. Die strukturelle Reaktion wurde in acht Szenarien des Verlusts einzelner vertikaler Elemente im Erdgeschoss analysiert. Für die Robustheitsanalyse wurden nichtlineare statische (NSA) und dynamische Analysemethoden (NDA) verwendet. Statistische Schadenskurven des Gebäudes wurden durch statistische Verarbeitung erstellt. Die mit NSA und NDA erhaltenen Werte, die Grenzzustände des Systemschadens und die Schadenskurve wurden verglichen. Der Einfluss der Position des entfernten Elements auf die Robustheit wurde ebenfalls untersucht.

### Schlüsselwörter:

Stahlbeton-Baukonstruktion, durch Wände versteifter Rahmen, Robustheit, Beschädigung, fortschreitender Einsturz, nichtlineare statische Analyse, nichtlineare dynamische Analyse, Grenzzustände

## 1. Uvod

Klasična analiza konstrukcija do kraja 60-ih godina prethodnoga stoljeća nije uvodila neka djelovanja - opterećenja koja se nazivaju izvanrednim ili incidentnim, a u SAD abnormalnim opterećenjima. Ona se vrlo rijetko pojavljuju, ali često su praćena velikim posljedicama, to jest progresivnim rušenjem/slomom konstrukcije. Iznenadna djelovanja, ovisno o intenzitetu, kod AB konstrukcija izazivaju pojavu pukotina i različitih oštećenja. Izvanredna djelovanja, međutim, izazivaju velika oštećenja, pa čak i rušenja. Zbog toga treba procijeniti opseg i mjesta oštećenja te njihov utjecaj na integritet konstrukcije ili gubitak nosivosti sustava. U analizi ponašanja konstrukcija zgrada pod izvanrednim djelovanjima, kod kojih je došlo do lokalnoga ili potpunog rušenja, zaključeno je da su "nastradale" zgrade projektirane bez odgovarajućega kontinuiteta i veza pojedinih elemenata i/ili s elementima nedovoljne duktilnosti. Pri pojavi lokalnoga rušenja/sloma konstrukcije dolazi do lančane reakcije, to jest do prijenosa opterećenja na susjedne elemente, što može dovesti do sloma većega dijela ili cijele konstrukcije [1]. Ta se pojava naziva *progresivnim slomom* (PS). On je po opsegu znatno veći od lokalnoga sloma, to jest *neproporcionalan* je početnom oštećenju [2]. Progresivni slom konstrukcija višekatnih zgrada najčešće nastaje kad jedan vertikalni nosivi elementa (stup ili zid), ili više njih, iznenada izgubi nosivost zbog ekstremnih djelovanja na konstrukciju (teroristički napadi, udari vozila, eksplozije plina i drugo). Najopsežniji pregled numeričkih i eksperimentalnih istraživanja i tehničkih propisa posvećenih progresivnom slomu, s usporednim analizama, dan je u [1].

Rušenje dijela zgrade Roman Point Tower u Londonu 16. svibnja 1968. godine pobudio je veće zanimanje za proučavanje progresivnoga sloma. To je bio povod za uvođenje ovoga pojma i prihvaćanje prvih tehničkih propisa u Velikoj Britaniji početkom 70-ih godina prošloga stoljeća, a zatim i u Kanadi [3] i SAD [4]. Progresivno rušenje nekoliko visokih zgrada dovelo je do većih promjena u propisima za projektiranje konstrukcija i njihovu zaštitu do 2010. godine, što je navedeno u [1]. Pregled nekoliko ekstremnih događaja i progresivnih rušenja konstrukcija s datumima objavljivanja odgovarajućih propisa i pravilnika koji su ih slijedili dan je u [3]. Od početka 21. stoljeća raste zanimanje za procjenu rizika povezanu s ekstremnim djelovanjima, iako se rijetko događaju [1], naročito nakon rušenja tornjeva Svjetskoga trgovačkog centra (WTC) 11. rujna 2001. godine. Rad [5] posvećen je prihvatljivom riziku u tom području. U evropske norme za projektiranje konstrukcija odredbe o progresivnom rušenju [6] prvi su put uvrštene 2002. godine.

Koncepcija koji se odnosi na procjenu osjetljivosti konstrukcija na progresivni slom i s njom povezane definicije donekle je neujednačena u različitim dokumentima i radovima pojedinih autora. Progresivnom su rušenju znatno podložnije konstrukcije montažnih negoli monolitnih betonskih zgrada [7]. U proučavanju ponašanja konstrukcija u potresima rabi se metodologija koja uvodi oštećljivost objekata [8]. Oštećljivost je mjera gubitka [9]. Krivulje oštećljivosti pružaju uvid u vjerojatnost pojave i stupanj

oštećenja ili potpunoga rušenja analiziranoga objekta. One se mogu rabiti za procjenu stupnja oštećenja kako postojećih tako i novih konstrukcija zgrada [10]. Na taj se način može steći uvid u ugroženost uporabljivosti konstrukcije pri potresnom ili izvanrednom djelovanju. Oštećljivost konstrukcija AB zgrada primjenjivanih u Evropi predmet je rada [8], a proučavanje parametara koji utječu na PS prikazano je u radu [13]. Termini i definicije upotrijebljeni u analizi progresivnoga sloma i robusnosti i načina postizanja robusnosti (neosjetljivosti na lokalni slom), integriteta i duktilnosti građevinskih AB konstrukcija razmatrani su u [7, 12].

U radu [12] predložena je definicija robusnosti uz procjenu rizika u vezi s razinom robusnosti konstrukcije. *Robusnost* označava mogućnost konstrukcijskoga sustava da se odupre progresivnom slomu (PS) [12]. Definicija je robusnosti u [13]: "sposobnost konstrukcije da izdrži događaje kao što su požari, eksplozije, udari ili posljedice ljudske greške, a da pri tome ne dođe do pojave oštećenja koja su nerazmjerna uzroku". U [1, 14] osim navedene postoji još nekoliko definicije preuzetih iz tehničkih propisa [15-17] i odgovarajuće literature. Cjelovitije razmatranje robusnosti i njezine praktične primjene sadržano je u [18, 19] i disertaciji [20]. U radovima [21, 22] detaljno su razmatrane mjere za postizanje robusnosti, kao i procjena robusnosti. Za točniju procjenu robusnosti rabe se nelinearne analize i parametarske studije zasnovane na njihovoj primjeni [23].

Projektiranje AB zgrada uz zadovoljenje zahtjeva sprečavanja PS-a razmatrano je u [11], a robusnost na riziku zasnovanoj optimizaciji uz procjenu nesigurnosti predmet je rada [24]. Strategije za ublažavanje rizika od PS-a razmatrane su u [25]. Utjecajni parametri AB konstrukcija na PS razmatrani su u [26]. Problem nosivosti veza i podcjelina na PS razmatrani su u [27, 28]. Na energiji zasnovane metode teorijskih i eksperimentalnih proučavanja PS-a razmatrane su u [29, 30], a praktična primjena na energiji zasnovanih metoda i potencijal PS-a u [31].

Da bi se postigla odgovarajuća robusnost sustava može se, prema [13, 32, 33], primijeniti jedan ili više od sljedećih pristupa:

- konstrukcijske mjere: ograničava se opseg oštećenja konstrukcijskoga sustava; ili se najvažniji/ ključni konstrukcijski elementi projektiraju tako da izdrže svako moguće opterećenje,
- nekonstrukcijske mjere: smanjenje vjerojatnosti da dođe do pojave djelovanja koja izazivaju slom/rušenje ili smanjenje intenziteta djelovanja (prevencija); ublažavanje posljedica otkazivanja elemenata sustava.

Većina radova u kojima se razmatraju robusnost i progresivni lom posvećena je okvirnim AB konstrukcijama [34-42]. Znatno je manje radova u kojima se analiziraju konstrukcije okvira ukrućenih zidovima – dualnoga tipa, to jest konstrukcije okvira ukrućenih AB zidovima. Rad [43] posvećen je tom tipu konstrukcija te sadrži i analizu mehanizma otpornosti takvih sustava na progresivni slom. Ublažavanju PS-a aktiviranjem elasto-plastične lančanice posvećen je članak [44]. Progresivni

sлом višekratnih zgrada ovisi o više parametara, a posebno o tipu konstrukcijskoga sustava i njegove pravilnosti, pri čemu je tipologija rušenja ili sloma detaljno opisana u [45]. Analiza PS AB konstrukcija metodom konačnih elemenata (MKE) zbog gubitka stupa predmet je rada [46]. Problemi progresivnoga rušenja AB konstrukcija izloženih potresima razmatrani su u [47, 48]. U [2] je objašnjena pojava progresivnoga sloma i za njega je predložen prije spomenuti termin *neproporcionalni (disproporcionalni) slom*. Navode se tri alternativna pristupa za projektiranje konstrukcija otpornih na neproporcionalni slom: poboljšano međusobno povezivanje elemenata ili uspostavljanje kontinuiteta veza, uklanjanje hazarda i slabih elemenata i projektiranje ključnih elemenata. Sažet pregled stanja metoda za procjenu kapaciteta nosivosti konstrukcija zgrada dan je u radu [49].

Progresivni slom dinamički je proces u kojem sustav neprestano "traži" alternativne putove prijenosa opterećenja. Gubitak stupa praćen je velikim progibima, opterećenje gornjih katova prenosi se na susjedne grede i ploče, pa je za analizu ponašanja konstrukcije nužna primjena nelinearnih metoda ili se upotrebljavaju metode zasnovane na energiji [29-30]. Vrednovanje postupaka modeliranja i vremena uklanjanja stupa na PS konstrukcije zgrada razmatrano je u [50]. Rušenje se ne javlja trenutačno, a mehanizmi koji doprinose otpornosti progresivnom slomu su 1) djelovanje lančanice greda i greda s pločama koje omogućuju prijenos opterećenja na susjedne elemente; 2) Vierendeelovo djelovanje krutih okvira iznad uklonjenoga stupa; 3) doprinos pregrada i nenosivih elemenata (što se najčešće zanemaruje). Na sličan je način to opisano i u [51]. U [36] je pomoću metode primijenjenih elemenata (eng. *Applied Element Method - AEM*), proučen progresivni slom zbog seizmičkoga djelovanja za različite scenarije uklanjanja stupova (ugaoni, unutrašnji i vanjski-fasadni). Zaključeno je da učinak lančanice ploča najviše utječe na otpornost PS-u. I pri djelovanju gravitacijskoga opterećenja i potresa uklanjanje je ugaonoga stupa najkritičnije.

Ako su uvjeti robusnosti eksplicitno razmatrani pri projektiranju konstrukcijskoga sustava, treba provjeriti ima li konstrukcija dovoljan kapacitet nosivosti i mogućnost da se utjecaji u sustavu preraspodjele alternativnim putovima [52, 53, 32]. Značajna poboljšanja u definiranju i pouzdanosti metoda za povećanje robusnosti predložena su u izvještaju COST Action TU-06012 - Robustness of Structures [18] i u radu [54]. Pregled literature i određenih pravilnika/norma (EN, USA, Canada i UK) i preporuke za projektiranje monolitnih i montažnih AB zgrada predmet su rada [7]. U radu [55] dan je širi pregled literature o procjeni otpornosti na progresivni slom i drugim aspektima robusnosti i progresivnoga sloma. Širi pregled eksperimentalnih istraživanja PS-a AB zgrada dan je u radu [56]. Taj je rad doprinio sadašnjem realnijem poznavanju ponašanju progresivnoga sloma i robusnosti zgrada i njihovih podsklopova.

Mogućnost prevencije rušenja visokih zgrada i metode analize konstrukcija razmatrane su u radu F. Fu-a [57], a u [20] predložene su četiri metode za analizu ponašanja konstrukcijskoga sustava u slučaju uklanjanja stupa: linearna statička, linearna dinamička,

nelinearna statička i nelinearna dinamička analiza. Radi procjene otpornosti na pojavu PS-a u radu [58] opisana je i primijenjena inkrementalno-dinamička analiza u vertikalnom smjeru, a u [59] opisane su metode projektiranja konstrukcija zgrada povećane otpornosti na PS.

Osim neospornog značaja pri projektiranju novih konstrukcija, važna je i analiza postojećih zgrada, jer se kod njih najčešće javljaju oštećenja, posebno nakon seizmičkoga djelovanja, pa je u radu [60] analizirano ponašanje oštećenih zgrada za nekoliko scenarija vertikalnoga sloma, pri čemu je uveden i koeficijent oštećenja konstrukcije. U [61] su prikazani rezultati analize konstrukcijskoga sustava zgrada na temelju kojih bi se opisao kapacitet nosivosti novih i postojećih zgrada i njihov utjecaj na PS. Kriteriji za postojeće zgrade izloženi su u [62]. U SAD se dokumenti [10, 63] rabe za seizmičku procjenu te sanaciju i pojačavanje objekata. Procjena nelinearnoga ponašanja betonskih konstrukcija s oštećenjima povezanim s PS-om razmatrana je u [64, 65]. Približni postupak za analizu PS-a AB zgrada sustava okvira ukrućenih zidovima prikazan je u [66], a numeričke simulacije za proučavanje PS-a AB zgrada u [67].

Za proračun konstrukcije primjenjuju se reference [60-71, 72] i metode opisane u [73]. Osim njih su u ovom radu upotrijebljene i metode prikazane u radovima [74-80]. U radu [81] analiziran je utjecaj duljine raspona na PS višekratnih zgrada, a u [82] neregularnoga konstrukcijskog sustava na progresivno rušenje. Pri analizi konstrukcije s AB zidovima upotrijebljeni su Eurokodovi [83, 84], dok je za konstitucijske veze betona i čelične armature primijenjen postupak opisan u [85]. Osim navedenog, pri modeliranju konstrukcije upotrijebljeni su i postupci opisani u [86]. Može se uočiti određena sličnost u numeričkim postupcima za analizu progresivnoga sloma i analizu konstrukcija izloženih djelovanja potresa. Utjecaj duktilnosti konstrukcije na progresivni slom sustava istražen je u [87], jer u [15] nisu uključeni duktilnost i rezidualna nosivost, kojima se koristi u aseizmičkom projektiranju. Odgovarajući propisi mogu se upotrijebiti da bi se utjecalo na smanjenje vjerojatnosti pojave PS-a.

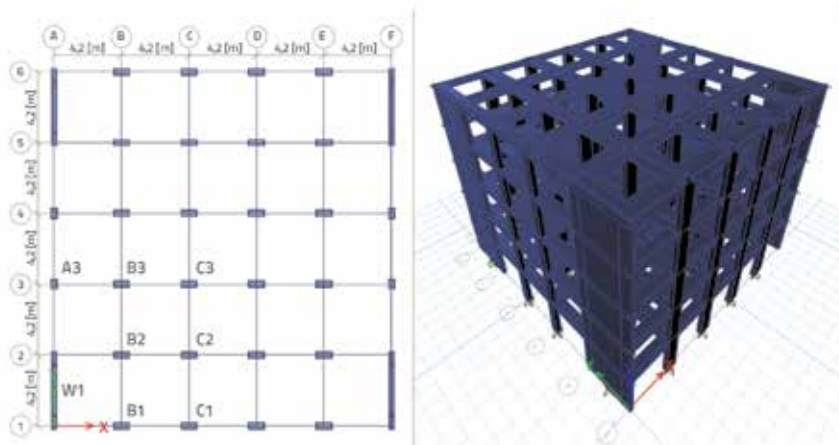
U ovom je radu analizirana robusnost AB peteroetažne zgrade konstrukcijskoga sustava okvir ukrućen AB zidovima, kao i njezina oštjetljivost na progresivni slom. Konstrukcija je dimenzionirana u skladu s odredbama Eurokodova [6, 13, 83, 84] kao sustav visoke klase duktilnosti (DCH). Za analizu robusnosti konstrukcije primijenjene su metode nelinearne statičke analize (NSA) i nelinearne dinamičke analize (NDA). Analiziran je odgovor konstrukcije za scenarije gubitka po jednoga vertikalnog elementa u prizemlju zgrade (stupa ili zida). Pritom su gredni elementi modelirani bez sudjelujuće širine ploče i s njom, uz usporedbu rezultata. Rezultati primjene NSA i NDA prikazani su u okviru *pushdown* krivulja. *Pushdown* analize provedene su u skladu s preporukama UFC [16, 17] i GSA [55]. Primjenom NDA određena su granična stanja oštećenja sustava. Primjenom metoda matematičke statistike i vjerojatnosti konstruirane su krivulje oštjetljivosti AB zgrade i vjerojatnosti pojave graničnih stanja oštećenja sustava. Uspoređeni su rezultati *pushdown* analiza, kao i

granična stanja oštećenja sustava i krivulje oštetljivosti. Analiziran je i utjecaj položaja uklonjenoga elementa u konstrukcijskom sustavu i njegove udaljenosti od centra krutosti konstrukcijskoga sustava na svojstvo konstrukcije da se odupre PS-u.

## 2. Materijali i metode

### 2.1. Geometrijske i fizičke karakteristike konstrukcijskoga sustava

Predmet je analize AB poslovno-stambena zgrada s 5 etaža (prizemlje + 4 kata). Konstrukcijski je sustav zgrade okvirni u smjeru X, a okvir ukrućen zidovima u smjeru Y [84]. Glavne konstrukcijske elemente analizirane zgrade čine AB ploče, grede, stupovi i zidovi. Raster konstrukcijskoga sustava prikazan je na



Slika 1. Presjek u tlocrtu i prikaz pojedinih stupova koji se uklanjaju za analizu robusnosti konstrukcije (lijevo) te prikaz prostornoga modela (desno)

Tablica 1. Geometrijske karakteristike konstrukcijskih elemenata

Tip elementa	Oznake dimenzija [cm]	Dimenzije [cm]	Armatura [uzdužna]-[poprečna]
Efektivna širina ploče	$d_{pl}/b_{eff,i}$	55/14	$\emptyset 12/20$
Grede u smjeru X	$b_b/d_b$	30/40	[3(gornja zona)+2(donja zona) $\emptyset 20$ ]-[ $\emptyset 8/10$ ], $m_b = m_d = 2$
Fasadne grede u smjeru Y			[3+3 $\emptyset 18$ ]-[ $\emptyset 8/10$ ], $m_b = m_d = 2$
Unutarnje grede u smjeru Y			[3+3 $\emptyset 14$ ]-[ $\emptyset 8/8$ ], $m_b = m_d = 2$
Fasadni stupovi u smjeru Y	$b_c/d_c$	40/60	[14 $\emptyset 16$ ]-[ $\emptyset 10/9$ ], $m_b = m_d = 4$
Svi ostali stupovi	$b_c/d_c$	40/100	[24 $\emptyset 20$ ]-[ $\emptyset 10/10$ ], $m_b = m_d = 4$
Rubni element zida	$b_{BE}/l_{BE}$	30/80	[16 $\emptyset 22$ (1. i 2. etaža-kritična zona)]-[ $\emptyset 10/6$ ], $m_b = 2$ , $m_d = 7$ [16 $\emptyset 16$ (3., 4. i 5. etaža)]-[ $\emptyset 10/10$ ], $m_b = 2$ , $m_d = 5$
Unutarnji element zida	$b_{IE}/l_{IE}$	30/300	[50 $\emptyset 8$ ]-[ $\emptyset 16/20$ -horizontalna (posmična) armatura]

slici 1. Duljina jednoga raspona u oba smjera je 4,2 m (ukupno 5 x 4,2 m), visina je prizemne etaže 3,6 m, dok je visina svih ostalih etaža 3,2 m, tako da je ukupna visina zgrade 16,4 m. Da bi se postupak modeliranja i proračuna konstrukcije pojednostavnio, svi su vertikalni elementi upetii na donjoj razini konstrukcijskoga sustava, odnosno interakcija konstrukcije i tla nije uključena u proračun i dimenzioniranje konstrukcije.

Za analizu modela uzete su karakteristike betona C30/37 [83] i čelika za armiranje klase C ( $f_{yk} = 500$  MPa,  $k = 1,15$ ) [16]. Zgrada je dimenzionirana kao konstrukcijski sustav klase visoke duktilnosti (DCH) [17]. Dimenzioniranje konstrukcije izvedeno je u skladu s metodama i preporukama danima u evropskim standardima za projektiranje zgrada [6, 13, 83, 84], dok su proračuni izvedeni primjenom [71]. Ponašanje konstrukcijskoga sustava analizirano je primjenom metoda nelinearne statičke (NSA) i nelinearne dinamičke analize (NDA). Geometrijske

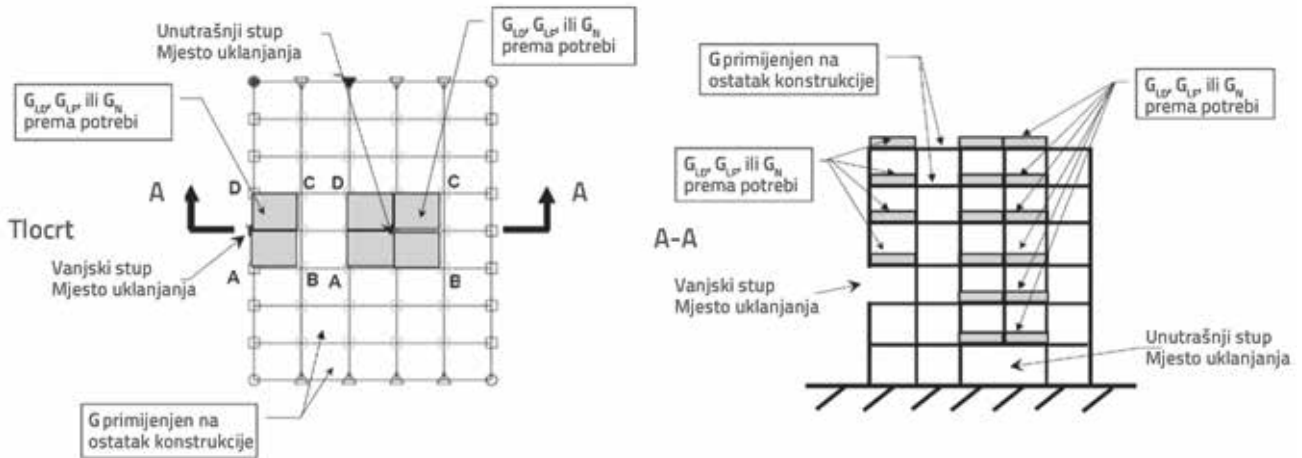
karakteristike poprečnih presjeka konstrukcijskih elemenata prikazane su u tablici 1. Parametri  $m_b$  i  $m_d$  u tablici 1. predstavljaju reznost armature za ovijanje presjeka, gdje je  $m_b$  reznost spona okomito na širinu poprečnoga presjeka  $b$ , a  $m_d$  reznost spona okomito na visinu poprečnoga presjeka  $d$ .

### 2.2. Scenariji za analizu robusnosti

Za analizu robusnosti konstrukcijskoga sustava uzeti su scenariji gubitka nosivosti uklanjanjem pojedinačnih stupova ili zida u prizemnoj etaži. Budući da je konstrukcija dvoosno simetrična u tlocrtu, za analizu cjelokupnoga sustava bilo je dovoljno ukloniti četvrtinu konstrukcijskih elemenata u prizemnoj etaži, prikazanih na slici 1. (lijevo).

### 2.3. Opterećenja i djelovanja

Na konstrukciju djeluju sljedeća opterećenja: stalno opterećenje (eng. *Dead Load* – *DL*) – vlastita težina konstrukcijskih elemenata i dodatno stalno opterećenje; korisno opterećenje (eng. *Live Load* – *LL*) i seizmičko djelovanje (*S*), koji su upotrijebljeni za dimenzioniranje konstrukcije. Za nelinearne analize robusnosti sustava upotrijebljene su kombinacije gravitacijskih opterećenja dane izrazima (1) i (2), kao i projektne vrijednosti parametara i metode za proračun opisane u dokumentima [15, 16].



Slika 2. Primjena NSA *pushdown* postupka pri uklanjanju stupa, prema [16]

$$G = 1,2 \cdot DL + 0,5 \cdot LL \quad (1)$$

$$Q_R = G_{NSA} = G_{NDA} = \Omega \cdot (1,2 \cdot DL + 0,5 \cdot LL) = \Omega \cdot G \quad (2)$$

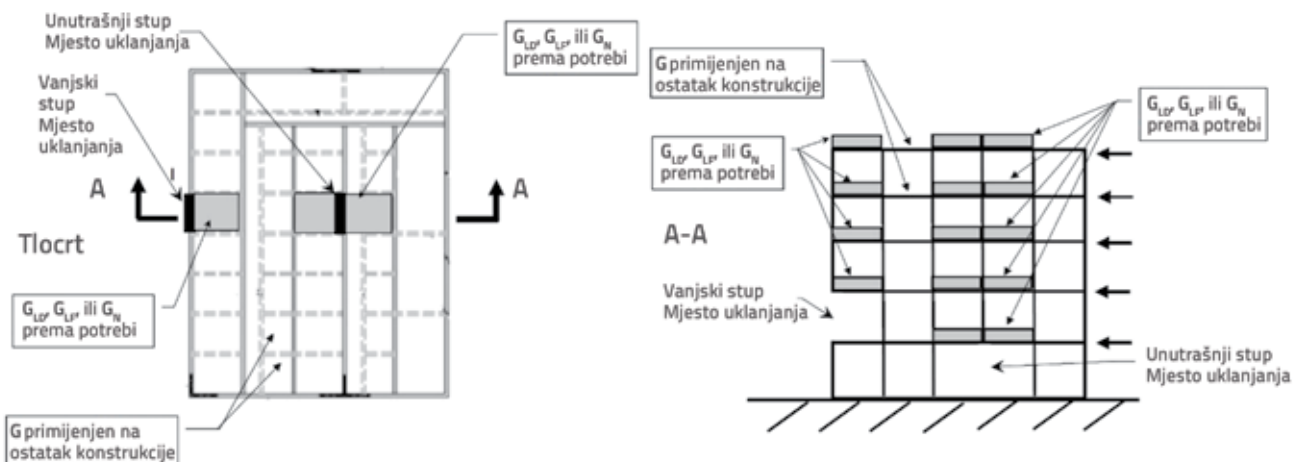
gdje je  $G$  kombinacija gravitacijskih opterećenja,  $Q_R$  su uvećana gravitacijska opterećenja (eng. *Increased Gravity Load – IGL*) koja djeluju na konstrukcijski sustav, a  $\Omega$  je koeficijent dinamičkoga povećanja (eng. *Dynamic Increase Factor – DIF*) za analizu nelinearnoga ponašanja konstrukcijskoga sustava i robusnosti konstrukcije. Pri analizi robusnosti DIF ( $\Omega$ ) se inkrementalno povećava sve dok se ne dostigne slom, željeno stanje ili divergencija modela. Pri primjeni obje metode proračuna (NSA i NDA) konstrukcija se opterećuje prema odredbama danima u [15, 16].

U slučaju primjene NSA *pushdown* metode prvi je korak nanošenje gravitacijskoga opterećenja (1) na cijelom, prethodno neopterećenom modelu konstrukcije prema odgovarajućim scenarijima gubitka nosivosti stupova i zida. Nakon ovoga koraka IGL kombinacija (2) se primjenjuje samo u poljima u kojima se nalaze grede koje su povezane s uklonjenim elementom (slike 2. i 3.) i opterećenje (2) se nanosi na svim katovima iznad uklonjenoga elementa (slike 2. i 3.). Analiza ponašanja

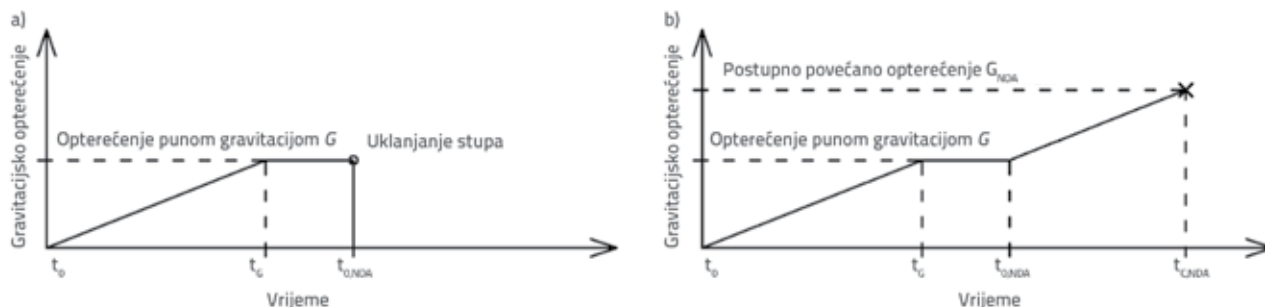
konstrukcijskoga sustava nastavlja se primjenom kombinacije opterećenja (2), postupnim povećavanjem DIF-a ( $\Omega$ ) dok se ne dostigne maksimalni pomak referentne tačke ili stanje sloma [15, 16].

U slučaju primjene NDA *pushdown* metode gravitacijsko opterećenje (1) inkrementalno se nanosi na neopterećeni cjelokupni sustav u kojem još uvijek nije uklonjen element predviđen scenarijem, dok se ne postigne ravnoteža sustava. Za modeliranje vertikalnoga elementa koji će biti uklonjen rabi se zamjensko reaktivno opterećenje toga elementa (RL) koje predstavlja reakcije u gornjem čvoru uklonjenoga elementa. Nakon uspostavljanja ravnoteže RL se uklanja prema odgovarajućemu scenariju.

Poželjno je da se vertikalni element (ili RL u ovom slučaju) ukloni trenutačno, ali ako to nije moguće, vremenski interval uklanjanja elementa mora biti manji od jedne desetine prvoga perioda titranja povezanoga s vertikalnim odzivom konstrukcijskoga sustava za pomak referentne točke na gornjem rubu uklonjenoga vertikalnog elementa. Ta je pojava detaljnije razmatrana u [23]. U ovom radu vertikalni su elementi uklonjeni naglo, to jest u vremenskom intervalu  $\Delta t = 0,01$  s, što je manje od jedne desetine perioda povezanog s vertikalnim odzivom



Slika 3. Primjena NSA *pushdown* postupka pri uklanjanju zida, prema [16]

Slika 4. TH funkcije za primjenu NDA *pushdown* metode

konstrukcije za pomak referentne točke iznad uklonjenoga elemenata. Analiza odziva sustava nastavlja se primjenom kombinacije opterećenja (2) koje se nanosi na cjelokupni konstrukcijski sustav inkrementalnim povećanjem DIF-a ( $\Omega$ ) sve dok se ne dostigne maksimalni pomak referentne tačke ili stanje progresivnoga sloma [15, 16].

Scenariji uklanjanja vertikalnih elemenata u prizemnoj etaži i ukupna NDA *pushdown* metoda provedeni su primjenom *time-history* (TH) funkcija koje su u relaciji s funkcijom zamjenskoga opterećenja (slika 4.a) i kombinacijom opterećenja (2) (slika 4.b). Zamjensko opterećenje (eng. *Replacement Load – RL*) čine reaktivne sile u gornjem čvoru uklonjenoga elementa. RL se rabi za modeliranje neoštećene konstrukcije pri scenariju "uklanjanja" vertikalnog elementa i NDA *pushdown* metode. Umjesto fizičke prisutnosti elementa koji će biti uklonjen u skladu s odgovarajućim scenarijem RL se rabi kao "zamjena" koja simulira njegovu fizičku prisutnost u modelu. TH funkcije i njihova odgovarajuća opterećenja prikazani su na slici 4. Uzete su vrijednosti  $t_0 = 5$  s,  $t_{o,NDA} = 7$  s, a  $t_{c,NDA}$  je vrijeme potrebno da se dostigne stanje progresivnoga sloma.

### 2.3.1. Gravitacijsko opterećenje

Postoje dva različita tipa vertikalnih opterećenja koja djeluju na konstrukciju: težina konstrukcijskih elemenata i dodatno stalno opterećenje ( $G$ ) te korisno opterećenje ( $Q$ ). Prihvaćena je vrijednost dodatnoga stalnoga opterećenja  $g_{odd} = 3,0$  kN/m<sup>2</sup> na svim etažama. Vrijednost korisnoga opterećenja iznosi  $q = 2,0$  kN/m<sup>2</sup> [13] na svim stropovima osim na krovnoj ploči na kojoj je intenzitet opterećenja jednak  $q_r = 1,0$  kN/m<sup>2</sup> [13]. Prihvaćena vlastita težina fasadnih elemenata koja se postavlja na sve fasadne grede osim krovnih jednako je  $g_{f,beam} = 10,0$  kN/m i  $g_{f,wall} = 3,0$  kN/m. Vrijednost koeficijenta redukcije korisnoga opterećenja iznosi  $\psi_{2,i} = 0,3$  [6].

### 2.3.2. Potresno djelovanje

Konstrukcija je dimenzionirana za gravitacijska opterećenja i seizmičku otpornost primjenom metode linearnoelastične analize u programskom paketu ETABS [71] i prema smjernicama niza konstrukcijskih norma Eurokod [6, 13, 83, 84]. Pri dimenzioniranju konstrukcije rabi se spektar odgovora tipa 1 za tlo kategorije C [84], s PGA koje iznosi  $a_g = 0,30 \cdot g$ . Zgrada

je dimenzionirana kao DCH AB konstrukcija, s koeficijenta ponašanja  $q = 5,85$  u smjeru X u kojem se konstrukcija ponaša kao okvirni sustav i  $q = 4,4$  u smjeru Y u kojem se konstrukcija ponaša kao sustav sa zidovima. Zgrada je stambeno-poslovna. Prihvaćena vrijednost koeficijenta prigušenja u oba smjera iznosi 5 %, prema [84]. Detaljnija rasprava o prigušenju konstrukcijskoga sustava predmet je radova [23, 60].

## 2.4. Proračunski model

### 2.4.1. Model za linearnoelastičnu analizu

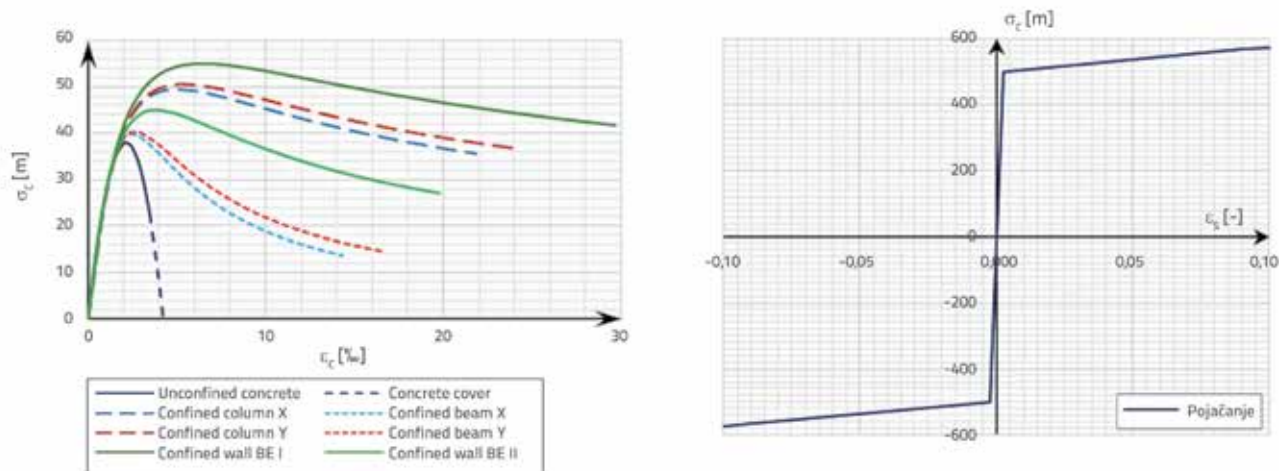
Za proračun i dimenzioniranje konstrukcije u [71] upotrijebljen je prostorni (3D) model. Prihvaćeni su sljedeći parametri, pretpostavke i pojednostavnjenja:

- U proračun su uključeni učinci teorije drugoga reda (P- $\Delta$ ).
- Pojava pukotina u konstrukcijskim elementima uključena je u proračun smanjenjem krutosti. Od mnoštva preporuka različitih kodova za proračun AB konstrukcija [88] za sve elemente odabrane su vrijednosti [89] koje odgovaraju preporučenim vrijednostima [90] za programski paket [71].
- Elastična krutost stupova na savijanje reducirana je na 70 %, a greda na 35 %.
- Elastična (membranska) krutost zidova na savijanje reducirana je na 35 % u kritičnoj zoni (prva dva kata) i na 70 % na ostalim katovima.
- Torzijska krutost stupova i greda i krutost zidova na savijanje okomito na njihovu ravninu reducirani su na 10 % njihove elastične krutosti.
- Posmična krutost stupova, greda i zidova reducirana je na 40 % njihove elastične krutosti.
- Elastične krutosti AB ploče reducirana su na 25 %.

### 2.4.2. Model za nelinearnu analizu

U modelima za postelastičnu analizu odziva konstrukcije na uklanjanje pojedinih vertikalnih elemenata primjenjuju se sljedeće pretpostavke i pojednostavnjenja:

- U proračun se uključuju učinci teorije drugoga reda (P- $\Delta$ ).
- Za opisivanje nelinearnoga ponašanja materijala upotrijebljena su nelinearna svojstva materijala za opisivanje ponašanja betona (slika 5.) [85] i čelika za armiranje [83].



Slika 5. Funkcije naprezanje-deformacija za materijale i elemente upotrijebljene u nelinearnoj analizi

- Parametri koji opisuju pojavu pukotina u konstrukcijskim elementima iz linearnoelastičnoga modela nisu uključeni u nelinearni model, jer su plastični zglobovi modelirani kao vlaknasti (fiber) elementi, pri čemu su svojstva vlakana opisana relacijama naprezanje-deformacija u betonu i u čeliku za armiranje.
- Rubni elementi zidova, stupovi i grede modelirani su kao ovijeni AB elementi sa zaštitnim slojem betona [85].
- Ponašanje AB-a opisano je histerezijskim modelom Takeda, a za armaturu je upotrijebljen kinematički model histereze, koji su sastavni dio programskoga paketa [71].

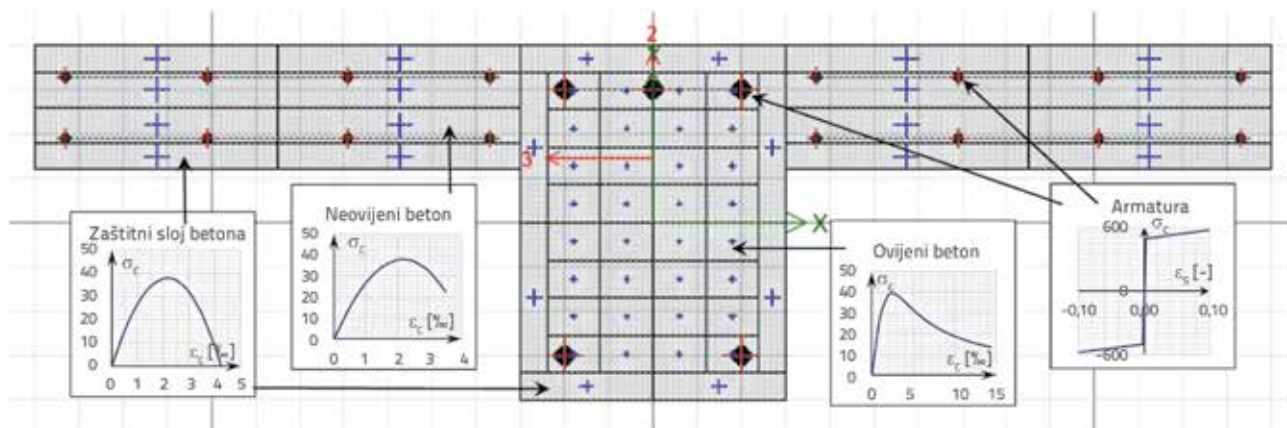
Sudjelovanje AB ploče uključeno je u proračunski model odgovarajućim pridruživanjem njihovih sudjelujućih širina gredama [83], to jest s pločama se ne postupa kao s plošnim elementima, već u sklopu T presjeka greda. Posljedica je toga pojednostavnjenja da rezultati mogu upućivati na manju robusnost sustava od stvarne, ali proračun je na strani sigurnosti.

Također, radi usporedbe i ocjene utjecaja uvođenja sudjelujuće širine ploče na pojavu progresivnoga sloma urađen je i proračun

robusnosti konstrukcije bez uvažavanja sudjelujuće širine ploče u sklopu presjeka greda.

### 2.4.3. Karakteristike plastičnih zglobova

Plastični zglobovi greda modelirani su kao presjeci s vlaknima. Fasadne grede sadrže 12 vlakana zaštitnoga sloja betona i 4 vlakna neovijenoga betona (unutrašnjost AB ploče), dok je kod unutarnjih greda (slika 6.) broj vlakana zaštitnoga sloja betona 16, a broj vlakana neovijenoga betona 8. Sve grede sadrže 32 vlakna ovijenoga betona (jezgra greda), a odgovarajuća su vlakna armature 5 za grede u smjeru X i 6 za grede u smjeru Y, te po 8 dodatnih armaturnih vlakana za svaku stranu sudjelujuće širine ploče. Plastični zglobovi u zidovima i stupovima modeliraju se automatskim odabirom podjele vlakana u poprečnom presjeku elemenata, što čini ukupno 107 vlakana u zidnim presjecima i 31 vlakno u fasadnim stupovima u smjeru Y, odnosno 41 vlakno u svim ostalim stupovima u konstrukcijskom sustavu. Razlog je detaljnoga modeliranja plastičnih zglobova greda to što su, kao horizontalni elementi u konstrukciji, najizloženije gubitku nosivosti i slomu zbog inkrementalnoga nanošenja gravitacionoga



Slika 6. Shematski prikaz podjele T poprečnog presjeka greda na vlakna s odgovarajućim karakteristikama stanja naprezanja u ovisnosti o upotrijebljenom materijalu

opterećenja. Duljine plastičnih zglobova proračunate su prema izrazu koji su predložili *Paulay* i *Priestley* [91].

Vlaknasti modeli plastičnih zglobova su točniji, jer je nelinearni odnos materijala svakoga vlakna automatski integriran u interakciju, promjene uzduž krivulje moment-rotacija i plastičnom aksijalnom naprezanju. Problem je takvoga pristupa u modeliranju plastičnih zglobova to što je uporaba vlakana računski zahtjevnija [92].

### 3. Rezultati i rasprava

#### 3.1. Prigušenje i modalna analiza

Rayleighovo viskozno prigušenje ovisno o masi ( $M$ ) i tangencijalnoj krutosti ( $K_T$ ) primijenjeno je u NDA (slika 4.). Matrica prigušenja sustava kombinacija je matrica mase i krutosti i prikazana je jednadžbom

$$[C] = \alpha_M \cdot [M] + \alpha_K \cdot [K_T] \quad (3)$$

gdje su  $[C]$ ,  $[M]$ ,  $[K_T]$  matrice prigušenja, mase i tangencijalne krutosti. Parametri  $\alpha_M$  i  $\alpha_K$  proporcionalni su koeficijenti prigušenja mase i krutosti, a određuju se izrazom (4):

$$\alpha_M = 4\pi \cdot \frac{\xi_{1,i} \cdot T_{1,i} - \xi_{2,i} \cdot T_{2,i}}{T_{1,i}^2 - T_{2,i}^2}, \alpha_K = \frac{T_1 \cdot T_2}{\pi} \cdot \frac{\xi_{2,i} \cdot T_{1,i} - \xi_{1,i} \cdot T_{2,i}}{T_{1,i}^2 - T_{2,i}^2} \quad (4)$$

gdje su  $T_{1,i}$  i  $T_{2,i}$  prvi i zadnji period titranja od interesa za analizu odziva konstrukcije, a  $\xi_{1,i}$  i  $\xi_{2,i}$  odgovarajući relativni koeficijenti prigušenja s prihvaćenim vrijednostima 0,05. Funkcija Rayleighevoga prigušenja računa se primjenom izraza (5):

$$\xi_i = \xi_{M,i} + \xi_{K,i} = \frac{\alpha_M}{2 \cdot \omega_i} + \frac{\alpha_M \cdot \omega_i}{2} = \frac{\alpha_M \cdot T_i}{4 \cdot \pi} + \frac{\alpha_K \cdot \pi}{T_i}, \left( \omega_i = \frac{2\pi}{T_i} \right) \quad (5)$$

gdje je  $\omega_i$  kutna frekvencija za odgovarajući svojstveni oblik titranja. Vrijednost  $T_i$  odgovara prvom vertikalnom periodu

translacije u smjeru  $Z$  vezanom za vertikalno pomicanje gornjega čvora uklonjenoga elementa. Vrijednost  $T_2$  odgovara vertikalnom periodu translacije smjeru u  $Z$  koji se odnosi na vertikalni pomak gornjega čvora uklopljenog elementa u kojem konstrukcijski sustav dostiže najmanje 90 % u sumi efektivnih modalnih masa u smjeru  $Z$ . Vrijednosti upotrijebljenih perioda prikazane su u tablici 2.

U prvom slučaju, bez uključivanja sudjelujuće širine AB ploče u proračunski model, odnos vrijednosti perioda titranja od najmanjega prema najvećemu, može se opisati na sljedeći način:  $A3 < C1 < C3 < C2 < B3 < B1 < B2 < W1$ . U drugom slučaju, s uključivanjem sudjelujuće širine AB ploče u proračunski model, odnos vrijednosti perioda titranja od najmanjega prema najvećemu, može se opisati na sljedeći način:  $C3 < C2 < C1 < A3 = B3 < B2 < B1 < W1$ . Također, u oba su slučaja vrijednosti perioda titranja pri uklanjanju zida  $W1$  znatno veće od vrijednosti perioda titranja pri uklanjanju stupova.

#### 3.2. Utjecaj uklanjanja vertikalnih elemenata na konstrukcijski sustav

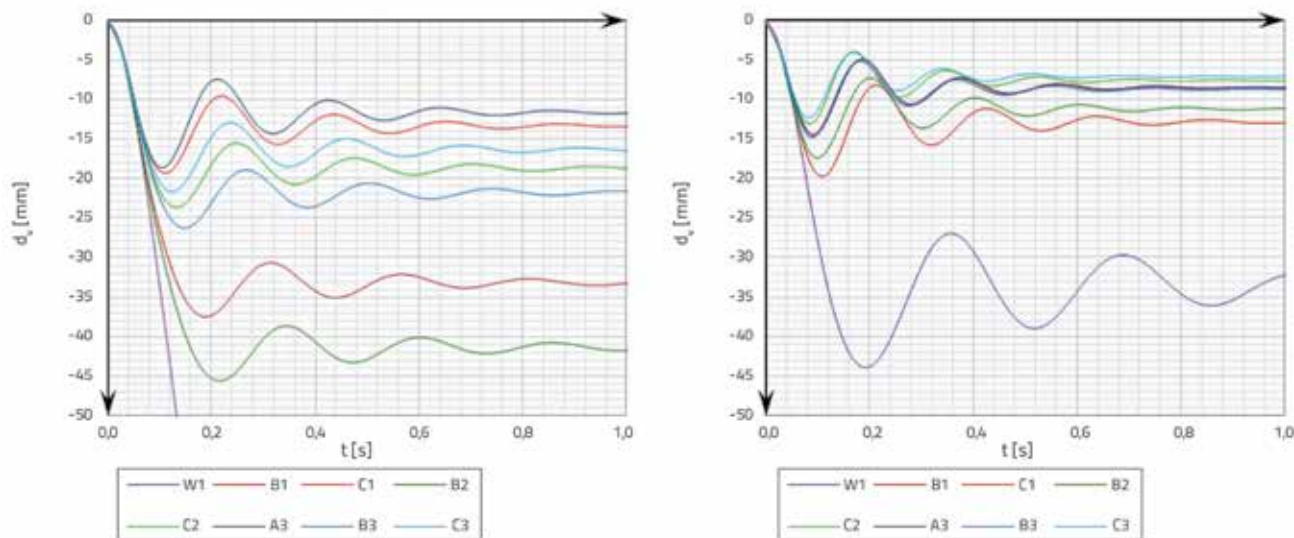
U slučaju analize scenarija uklanjanja stupova ( $t_{\sigma NDA}$ ) (slika 3., lijevo), vertikalni pomaci gornjih čvorova uklonjenih stupova, s vremenskim inkrementom  $\Delta t = 0,01s$  prikazani su na slici 7. Uočljiva je razlika vrijednosti progiba sustava s gredama kod kojih nije uračunan utjecaj sudjelujućih širina AB ploče (lijevo) i sustava u kojem jest (desno). Početne vrijednosti progiba nakon uklanjanja elementa očekivano su veće u prvome slučaju (lijevo). Također, uvažavanje sudjelujućih širina u poprečnim presjecima fasadnih greda (jednostrano) i unutrašnjih greda (obostrano) osim doprinosa u smanjenju vrijednosti vertikalnih deformacija za posljedicu ima i različite odnose vrijednosti progiba za različite scenarije kad se usporede prvi (lijevo) i drugi slučaj (desno).

U prvom slučaju (slika 7., lijevo), bez sudjelujuće širine AB ploče u proračunskom modelu, vrijednosti pomaka nakon "smirivanja" sustava, od najmanjega prema najvećemu, mogu se opisati na sljedeći način:  $A3 < C1 < C3 < C2 < B3 < B1 < B2 < W1$ . U drugom slučaju (slika 7., desno), kad je sudjelujuća širina AB ploče uključena u proračunski model, vrijednosti pomaka

Tablica 2. Prvi i posljednji relevantni periodi vibracija za NDA sustava

Oznaka elementa	Bez sudjelujuće širine ploče		Sa sudjelujućom širinom ploče		
	Period titranja [s]	$T_1$	$T_2$	$T_1$	$T_2$
<i>W1</i>		3,212	0,023	0,371	0,020
<i>B1</i>		0,273	0,022	0,209	0,020
<i>C1</i>		0,212	0,022	0,182	0,020
<i>B2</i>		0,326	0,022	0,196	0,020
<i>C2</i>		0,224	0,021	0,172	0,020
<i>A3</i>		0,210	0,022	0,185	0,020
<i>B3</i>		0,233	0,022	0,185	0,020
<i>C3</i>		0,220	0,021	0,165	0,020





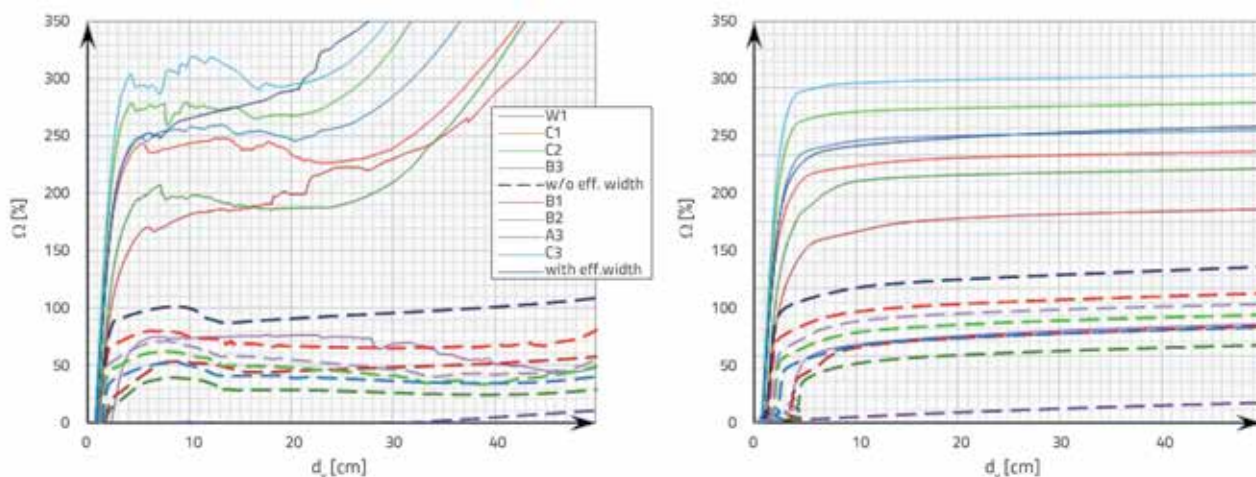
Slika 7. Vertikalni pomaci gornjih točaka uklonjenoga vertikalnog elementa: bez uvažavanja sudjelujućih širina ploče (lijevo), s uvažavanjem sudjelujućih širina ploče (desno)

nakon "smirivanja" sustava, od najmanjega prema najvećemu, mogu se opisati na sljedeći način:  $C3 < C2 < A3 < C1 < B3 < B2 < B1 < W1$ , pri čemu je razlika u veličini pomaka elemenata  $A3$ ,  $C1$  i  $B3$  zanemariva. Također, u oba su slučaja vrijednosti pomaka referentne točke pri uklanjanju zida  $W1$  znatno veće od vrijednosti pomaka referentne točke pri uklanjanja stupova.

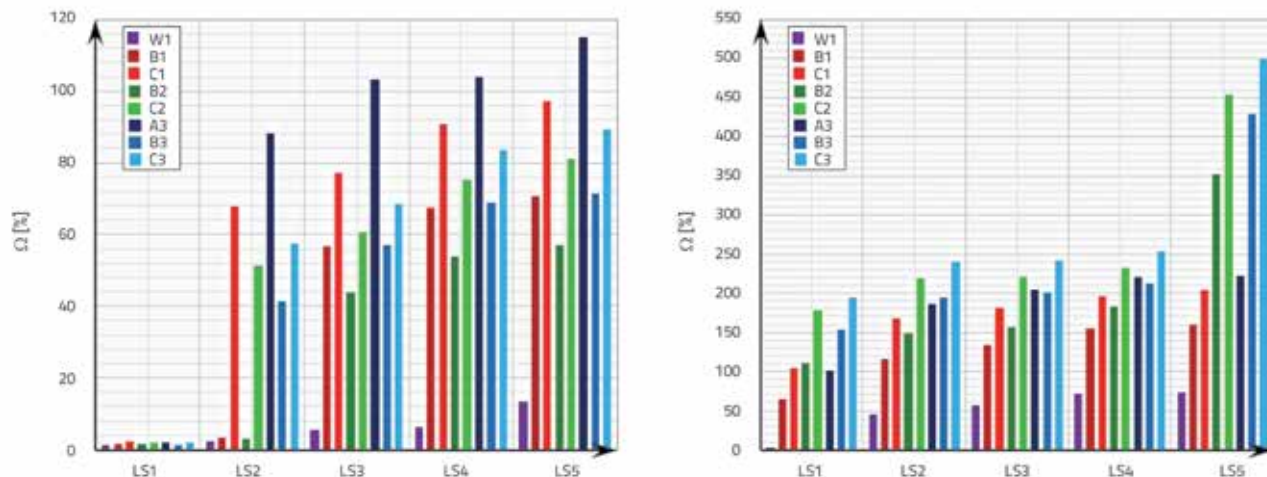
U prvom slučaju (slika 7., lijevo) maksimalne vrijednosti pomaka zbog uklanjanja stupova iznose od 18,58 mm do 45,58 mm, dok su vrijednosti pomaka nakon "smirivanja" sustava od 11,65 mm do 41,35 mm. U drugom slučaju (slika 7., desno) maksimalne vrijednosti pomaka zbog uklanjanja stupova iznose od 12,37 mm do 19,78 mm, dok su vrijednosti pomaka nakon "smirivanja" sustava od 7,13 mm do 12,88 mm. U prvom će slučaju nakon uklanjanja zida doći do progresivnoga sloma rubnoga dijela konstrukcijskoga sustava. U drugom slučaju nakon uklanjanja zida maksimalna vrijednost pomaka iznosi 43,90 mm, dok je vrijednost pomaka nakon "smirivanja" sustava veličine 33,67 mm.

### 3.3. Nelinearna *pushdown* analiza

Analize metodama NSA i NDA provedene su prema odredbama referenci [15, 16], a način je opterećivanja modela oštećene konstrukcije detaljno opisan u poglavlju 2.3. Primjenom navedenih metoda, analizirano je post-elastično ponašanje sustava u ovisnosti od usvojenih scenarija oštećenja. Za usvojene scenarije, analizirani su i odnosi kapaciteta konstrukcije, odnosno njena mogućnost da se odupre progresivnom kolapsu, u ovisnosti od toga da li je u modelima uključena ili isključena efektivna širina AB ploča. Rezultati *pushdown* analize prikazani su na slici 8. Kao što je očekivano, odnos *pushdown* funkcija, odnosno kapaciteta konstrukcije da se odupre progresivnom slomu odgovara rezultatima i odnosu određenom analizom učinka uklanjanja vertikalnoga elementa na vertikalni pomak referentne točke. Očito je da je kapacitet konstrukcijskoga sustava u drugom slučaju znatno veći od prvoga slučaja modeliranja sustava i ta se razlika



Slika 8. Rezultati *pushdown* analize, dobiveni primjenom NSA (lijevo) i NDA (desno)



Slika 9. Vrijednosti DIF ( $\Omega$ ) u ovisnosti o graničnim stanjima oštećenja sustava (LSi): bez uvažavanja sudjelujućih širina ploče (lijevo), s uvažavanjem sudjelujućih širina ploče (desno)

jasno može uočiti na slici 8. Također, očita je i izražena osjetljivost sustava pri gubitku zida u usporedbi s gubitkom stupova.

U prvom slučaju, bez uključivanja sudjelujuće širine AB ploče u proračunski model, robusnost sustava dobivena primjenom NSA metode (slika 8., lijevo) izražena od najmanje prema najvećoj u obliku koeficijenta dinamičkoga povećanja ( $\Omega$ ), prije početka izraženih deformacija sustava, može se opisati na sljedeći način:  $A3 > C1 > C3 > C2 > B3 > B1 > B2 > W1$ , što ujedno odgovara i odnosu vrijednosti dobivenih primjenom NDA metode (slika 8., desno). U drugom slučaju, kada je sudjelujuća širina AB ploče uključena u proračunski model, robusnost sustava dobivena primjenom NSA metode (slika 8., desno) izražena od najmanje prema najvećoj u obliku koeficijenta dinamičkoga povećanja ( $\Omega$ ), prije početka izraženih deformacija sustava, može se opisati na sljedeći način:  $C3 > C2 > C1 > A3 \approx B3 > C1 > B2 > B1 > W1$ , što ujedno odgovara i odnosu vrijednosti dobivenih primjenom NDA metode (slika 8., desno). Također, u oba slučaja robusnost sustava pri uklonjanju zida  $W1$  znatno je manja od robusnosti sustava pri uklonjanju stupaca. Osim navedenoga primjetan je i malo veći kapacitet sustava na progresivni slom pri uvažavanju sudjelujućih širina AB ploče pri primjeni NSA metode (slika 8., lijevo) u usporedbi s primjenom NDA metode (slika 8., desno).

### 3.4. Granična stanja oštećenja

Da bi se kvantificirali i usporedili rezultati scenarija uklonjanja stupova s gledišta rizika progresivnoga sloma konstrukcije upotrijebljene su metode predložene u [77, 78]. Granična stanja (*Limit state* – LS) oštećenja konstrukcije određena su za rezultate dobivene primjenom NDA metode. Granična stanja oštećenja definirana su na temelju preporuka predloženih u [61], u ovisnosti o vrijednostima deformacija materijala greda u smjerovima  $X$  i  $Y$  pravcu, na sljedeći način:

Stanje LS1 (mala oštećenja): Ovisi o vrijednostima čelika i betona. LS1 se pojavljuje bilo u prvom koraku kada se dostigne

granica tečenja armature ( $\epsilon_{ys} = 2,5 \text{ ‰}$ ) [83] ili granica naprezanja betona s maksimalnom čvrstoćom u zaštitnom sloju betona ( $\epsilon_{c1} = 2,16 \text{ ‰}$ ) [85].

Stanje LS2 (umjerena oštećenja): Javlja se kada vertikalni pomak, dobiven kao omjer pomaka vrha iznad uklonjenoga stupa i duljine raspona grede, prijeđe prag od  $D_{r,vert} = 1,0 \text{ ‰}$  [61].

Stanje LS3 (značajna oštećenja): Pretpostavlja se da je ova razina oštećenja dostignuta kada se dostigne granično naprezanje u zaštitnom sloju betona ( $\epsilon_{cu1} = 4,2 \text{ ‰}$ ) [85] ili maksimalno naprezanje ovijene betonske jezgre ( $\epsilon_{c1,c,xdir} = 2,45 \text{ ‰}$ ,  $\epsilon_{c1,c,ydir} = 2,62 \text{ ‰}$ ).

Stanje LS4 (velika oštećenja): Javlja se u prvom koraku kad se postigne granično naprezanje u ovijenoj betonskoj jezgri ( $\epsilon_{cu,c,xdir} = 14,33 \text{ ‰}$ ,  $\epsilon_{cu,c,ydir} = 16,71 \text{ ‰}$ ) [91].

Stanje LS5 (progresivni slom): To stanje nastaje pri vlačnom slomu uzdužne šipke armature ( $\epsilon_{yu} = 10 \text{ ‰}$ ), krajnjem relativnom vertikalnom pomaku grede u etažama iznad uklonjenoga stupa ( $\theta = \theta_j$ ), gubitkom ravnoteže sustava ili izostankom numeričke konvergencije. U ovom radu, LS5 je određen kao stanje pri vrijednosti deformacije čelika pri kojoj se javlja vlačni slom uzdužne šipke armature [83].

Na slici 9. prikazane su vrijednosti graničnih stanja oštećenja konstrukcije nastalih pri uklonjanju odgovarajućih vertikalnih elemenata bez utjecaja sudjelujuće širine AB ploče (lijevo) i s njezinim utjecajem (desno). Primjetna je velika razlika u kapacitetu nosivosti greda u prvom (lijevo) i drugom (desno) slučaju, što svakako odgovara trendu dosadašnjih analiza.

Odnos graničnih stanja oštećenja odgovara do sada prikazanim rezultatima i njihovom odnosu. U prvom slučaju, kad nema sudjelujuće širine AB ploče u proračunskom modelu, odziv konstrukcije u obliku dostizanja graničnih stanja oštećenja od najpovoljnijega prema najnepovoljnijemu može se opisati na sljedeći način:  $A3 > C1 > C3 > C2 > B3 > B1 > B2 > W1$ . U drugom slučaju, kad se sudjelujuća širina AB ploče uključi u proračunski model, odziv konstrukcije sa stajališta dostizanja graničnih stanja oštećenja (LS1-LS4) od najpovoljnijega prema

najnepovoljnijemu, može se opisati na sljedeći način:

$$C3 > C2 > B3 > A3 \text{ (za LS1 i LS2)} > C1 > B2 > B1 > W1, \\ A3 > B3 \text{ (za LS3 i LS4)}$$

osim u slučaju graničnoga stanja LS5 u kojem se ukupna nosivost prepušta armaturi do dostizanja vrijednosti granične deformacije armature, nakon čega nastaje progresivni slom. U tom se slučaju granično stanje oštećenja LS5 od najpovoljnijega prema najnepovoljnijemu može opisati na sljedeći način:

$$C3 > C2 > B3 > B2 > A3 > C1 > B1 > W1.$$

Na slici 10. prikazane su srednje vrijednosti graničnih stanja oštećenja konstrukcije nastalih pri uklanjanju odgovarajućih vertikalnih elemenata, bez utjecaja sudjelujuće širine AB ploče (slika 10., lijevo) i s uključenjem sudjelujuće širine AB ploče (slika 10., desno). Primjetna je velika razlika u kapacitetu nosivosti greda u prvom i drugom slučaju, pri čemu je ona znatno veća u drugom slučaju.

Nosivost greda koje su modelirane sa sudjelujućem širinom ploče (slika 9., desno) doprinosi većoj robusnosti konstrukcijskoga sustava u odnosu na modele u kojima to nije učinjeno (slika 9., lijevo). Od stanja LS1 do stanja LS4, koji su ovisni o vrijednosti deformacije u betonu i granici rastezanja armature, razlika u kapacitetu

$$\Delta \Omega_{LSi} = \Omega_{LSi}^{with \text{ eff. width}} - \Omega_{LSi}^{w/o \text{ eff. width}}$$

sustava prije dostizanja odgovarajućega stanja oštećenja iznosi od 111,85 % do 125,22 % koeficijenta dinamičkoga povećanja (DIF) gravitacijskoga opterećenja koje djeluje na sustav (slika 10.). Očevidan je utjecaj modeliranja greda sa sudjelujućom širinom ploče na povećanu nosivost sustava. U slučaju stanja LS5, koje je u ovisnosti o doseganju graničnoga vlačnog naprezanja u armaturi, ta je razlika znatno veća i iznosi 225,10 % (slika 10.) i ovdje je najizraženiji utjecaj modeliranja presjeka greda bez sudjelujuće širine ploče i s njom.



Slika 10. Srednje vrijednosti graničnih stanja oštećenja sustava (LSi)

Visoke vrijednosti DIF-a u drugom slučaju kod LS5 (slika 9., desno) prate i broj greda koje se sastaju iznad uklonjenoga elementa, odnosno, vrijednost DIF-a za LS5 je izraženo veća u slučajevima u kojima se u čvoru na mjestu uklonjenoga elementa sastaju četiri grede, u odnosu na tri u ostalim scenarijima. Ta je pojava karakteristična za drugi slučaj (slika 9., desno) kad je u proračun uključena sudjelujuća širina AB ploče i ne odnosi se na prvi slučaj (slika 9., lijevo) u kojem sudjelujuća širina AB ploče nije uključena u proračun. U prvom slučaju (slika 9., lijevo) najotporniji su sustavi u kojima se manji broj greda sastaje u

čvoru uklonjenoga elementa, na većem razmaku od ruba sustava u tlocrtu (A3 i C1). To se ne može reći i za slučaj uklanjanja stupa B1, pri čemu sustav pokazuje slabiju robusnost. Također, za razliku od drugoga slučaja, nema utjecaja T i L presjeka greda koji povećavaju kapacitet prihvaćanja tlačnih naprezanja u gornjoj zoni greda u referentnim točkama (na mjestu uklonjenoga elementa). Nema ni dodatne armature u sudjelujućem dijelu ploče koja povećava kapacitet preuzimanja vlačnih naprezanja u gornjoj zoni greda na drugom kraju raspona (u odnosu na točku uklonjenoga elementa). Osim navedenoga, jedan je od veoma važnih faktora koji utječu na robusnost sustava utjecaj položaja uklonjenoga vertikalnog elementa u odnosu na centar krutosti konstrukcije, što je razmatrano u poglavlju 3.6.

### 3.5. Proračun krivulja oštetljivosti

Na temelju dobivenih rezultata proračuna graničnih stanja oštećenja primijenjena je i metoda matematičke vjerojatnosti i statistike radi proračuna i konstrukcije funkcija krivulja oštetljivosti. Na taj su način kvantificirani i uspoređeni rezultati scenarija uklanjanja vertikalnih elemenata konstrukcije u prizemnoj etaži sa stajališta vjerojatnosti pojave različitih stupnjeva oštećenja sustava.

Prema [9]: funkcije oštetljivosti mogu se definirati kao matematičke funkcije koje izražavaju vjerojatnost da dođe do nekog neželjenog događaja. Funkcija oštetljivosti kumulativna je distribucija funkcije kapaciteta konstrukcijskoga sustava da se odupre neželjenom graničnom stanju.

Funkcije oštetljivosti funkcije su ovisnosti mjere intenziteta (eng. *intensity measure* - IM) i vjerojatnosti prekoračenja određenoga graničnoga stanja oštećenja konstrukcije. U potresnom inženjerstvu i analizi oštetljivosti najprimjerenija je uporaba lognormalne, normalne ili uniformne funkcije razdiobe [9]. U programskom paketu [93] testovima *Kolmogorov-Smirnova* i *Anderson-Darlinga* ustanovljeno je da je za konstrukciju krivulja oštetljivosti najprikladnija primjena normalne funkcije razdiobe

$$f(\Omega_i) = \frac{1}{\sigma_{LSi} \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\Omega_i - \mu_{LSi}}{\sigma_{LSi}} \right)^2} \quad (6)$$

gdje  $\mu_{LSi}$  i  $\sigma_{LSi}$  predstavljaju parametre srednje vrijednosti i vrijednosti standardne devijacije odgovarajućega graničnoga stanja oštećenja konstrukcije LS<sub>i</sub>. Vjerojatnost pojave odgovarajućega graničnoga stanja oštećenja (LS<sub>i</sub>) za vrijednost DIF-a ( $\Omega_i$ ) računa se primjenom analitičke kumulativne funkcije razdiobe (eng. *cumulative distribution function* - CDF) za normalnu razdiobu

$$P_{LSi}[\Omega_i, \mu_{LSi}, \sigma_{LSi}] = \Phi\left(\frac{\Omega_i - \mu_{LSi}}{\sigma_{LSi}}\right) \quad (7)$$

gdje je  $\Phi$  CDF za standardnu normalnu funkciju razdiobe. Odnos vjerojatnosti pojave graničnih stanja oštećenja sustava jasno je definiran kao

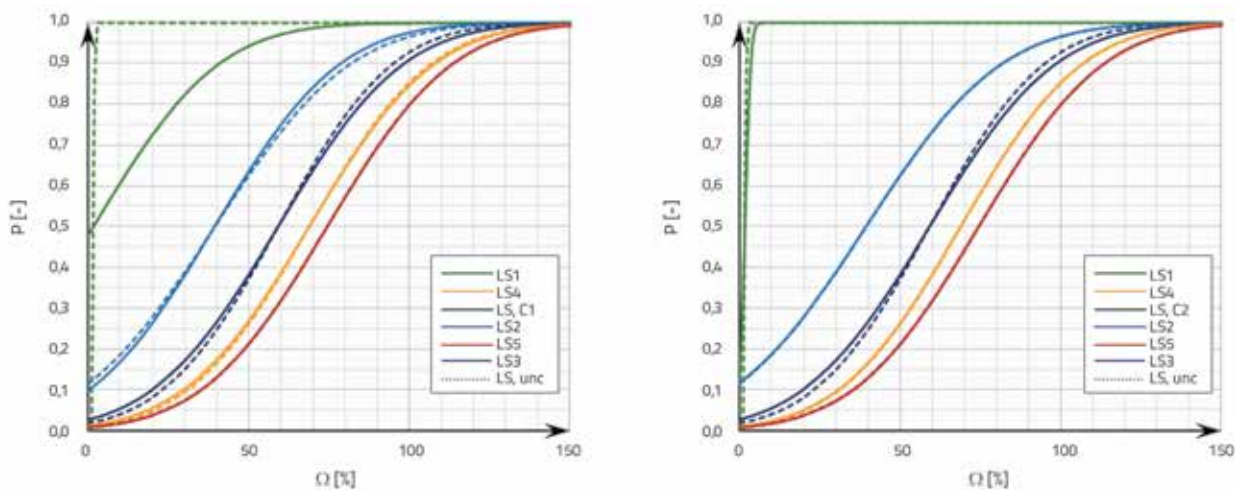
Tablica 3. Statistički parametri za konstruiranje krivulja oštećljivosti

Parametri raspodjele	Bez sudjelujuće širine ploče				Sa sudjelujućom širinom ploče			
Granično stanje oštećenja	$\mu_{LSi}$	$\sigma_{LSi}$	$\sigma_{LSi,C1}$	$\sigma_{LSi,C2}$	$\mu_{LSi}$	$\sigma_{LSi}$	$\sigma_{LSi,C1}$	$\sigma_{LSi,C2}$
LS1	1,725	0,282	30,579	1,448	113,575	62,724	95,878	62,724
LS2	39,375	33,058		33,058	62,188			
LS3	59,150	27,939		30,772	58,865			
LS4	68,800	29,569		29,700	56,944			
LS5	74,425	30,463		30,463	155,564			

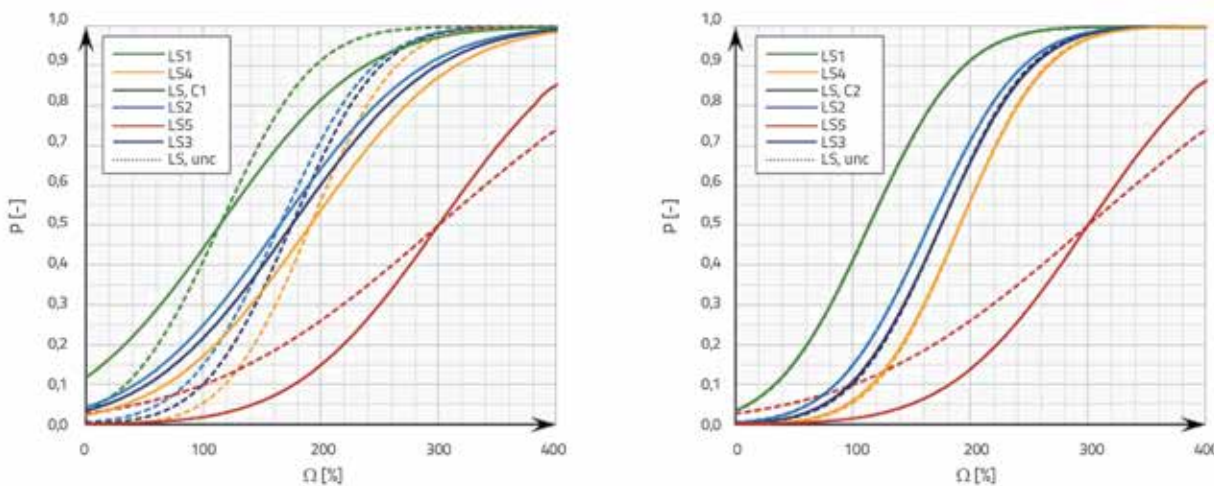
$$P_{LS1}(\Omega_i) > P_{LS2}(\Omega_i) > P_{LS3}(\Omega_i) > P_{LS4}(\Omega_i) > P_{LS5}(\Omega_i) \quad (8)$$

Nerijetko pri konstruiranju krivulja oštećljivosti sustava dolazi do "križanja" određenih funkcija oštećljivosti za različita stanja oštećenja, odnosno do odstupanja od izraza (8). Rješenje je razmatrano u [9] i temelji se na prihvaćanju zajedničkoga (common) parametra  $\sigma_{LS,C1}$  za sva granična stanja oštećenja. U

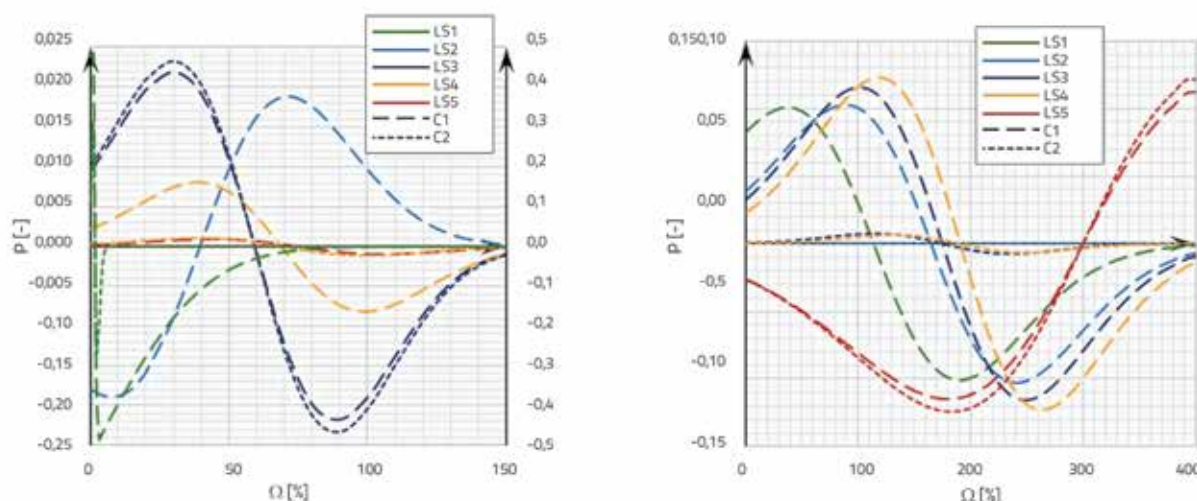
ovom je radu primijenjena *Maximum Likelihood Estimation* (MLE) metoda [9, 94]. Uvjet (8) je zadovoljen, ali određena odstupanja u dobivenim rezultatima u odnosu na nekorrigirane vrijednosti (slika 11. lijevo i slika 12. lijevo) mogu biti dodatno reducirana. To se može postići korekcijom parametara  $\sigma_{LSi}$  tako što će korigirane vrijednosti  $\sigma_{LSi,C2}$  biti određene kao vrijednosti koje imaju najmanje odstupanje u odnosu na proračunane vrijednosti



Slika 11. Krivulje oštećljivosti (bez uvažavanja sudjelujuće širine ploče): prema [9] ( $P_{LSi,C1}$ ) (lijevo), minimalne korekcije standardne devijacije ( $P_{LSi,C2}$ ) (desno)



Slika 12. Krivulje oštećljivosti (s uvažavanjem sudjelujuće širine ploče): prema [9] ( $P_{LSi,C1}$ ) (lijevo), minimalne korekcije standardne devijacije ( $P_{LSi,C2}$ ) (desno)



Slika 13. Vrijednosti odstupanja korigiranih funkcija oštettljivosti: bez uvažavanja sudjelujuće širine ploče (lijevo), s uvažavanjem sudjelujuće širine ploče (desno)

$\sigma_{LSi}$  pri zadržavanju poretka (8). Parametri  $\mu_{LSi}$ ,  $\sigma_{LSi}$ ,  $\sigma_{LS,C1}$  i  $\sigma_{LS,C2}$  odziva konstrukcijskoga sustava na progresivni slom sa stajališta graničnih stanja oštettjenja prikazani su u tablici 3. Na slikama 11. i 12. prikazane su krivulje oštettljivosti bez uključivanja sudjelujuće širine ploče i s njim. Na slikama 11. i 12. (lijevo) prikazane su funkcije oštettljivosti koje su dobivene primjenom postupka opisanoga u [9] ( $P_{LSi,C1}$ ), dok su funkcije oštettljivosti na slikama 11. i 12. (desno) proračunane iteracijskim postupkom ( $P_{LSi,C2}$ ), tako da vrijednosti odgovarajućih standardnih devijacija imaju minimalno odstupanje od nekorigiranih vrijednosti ( $P_{LSi,unc}$ ), uz ispunjenje uvjeta (8).

Na slici 13. prikazane su vrijednosti odstupanja korigiranih od prvobitno proračunanih funkcija oštettljivosti prema izrazu (9):

$$\Delta P_{LSi} = P_{LSi,Cj} - P_{LSi,unc}; \quad (i = 1, 2, 3, 4, 5), \quad (j = 1, 2) \quad (9)$$

Za stanje LS1 (bez sudjelujuće širine ploče) za metode korigiranja dobivene su vrlo visoke vrijednosti odstupanja rezultata radi zadovoljenja uvjeta (8). U slučaju primjene prve metode (C1) ta vrijednost odstupa za manje od 1 % od nekorigiranih vrijednosti tek pri  $\Omega = 80 \%$ , dok u slučaju primjene druge metode (C2) vrijednost odstupanja za LS1 dostiže vrijednost manju od 1 % od nekorigiranih vrijednosti već pri  $\Omega = 6 \%$  (slika 13., lijevo), što upućuje na veću točnost pri primjeni druge metode (C2).

Pri primjeni obje metode (s uvažavanjem sudjelujuće širine ploče) maksimalna vrijednost odstupanja rezultata u odnosu na nekorigiranu funkciju oštettljivosti za LS5 (slika 13., desno) iznosi  $\pm 11,49 \%$  (C1) odnosno  $\pm 12,45 \%$  (C2). Veće vrijednosti odstupanja rezultat su zadovoljenja uvjeta (8).

Može se zapaziti da su vrijednosti odstupanja u većini slučajeva manje kada se primijeni druga metoda korigiranja rezultata (C2), odnosno može se zaključiti da druga metoda korigiranja (C2) daje rezultate koji točnije opisuju vjerojatnost pojave različitih graničnih stanja oštettjenja sustava.

Tablica 4. Vrijednosti odstupanja korigiranih od nekorigiranih funkcija oštettljivosti

Vrijednosti odstupanja Granično stanje oštettjenja	Bez sudjelujuće širine ploče		Sa sudjelujućom širinom ploče	
	C1	C2	C1	C2
LS1	$\pm 48,55 \%$	$\pm 30,33 \%$	$\pm 10,12 \%$	$\pm 0,00 \%$
LS2	$\pm 1,89 \%$	$\pm 0,00 \%$	$\pm 10,31 \%$	$\pm 0,00 \%$
LS3	$\pm 2,18 \%$	$\pm 2,34 \%$	$\pm 11,57 \%$	$\pm 0,75 \%$
LS4	$\pm 0,81 \%$	$\pm 0,11 \%$	$\pm 12,32 \%$	$\pm 0,64 \%$
LS5	$\pm 0,09 \%$	$\pm 0,00 \%$	$\pm 11,49 \%$	$\pm 12,45 \%$

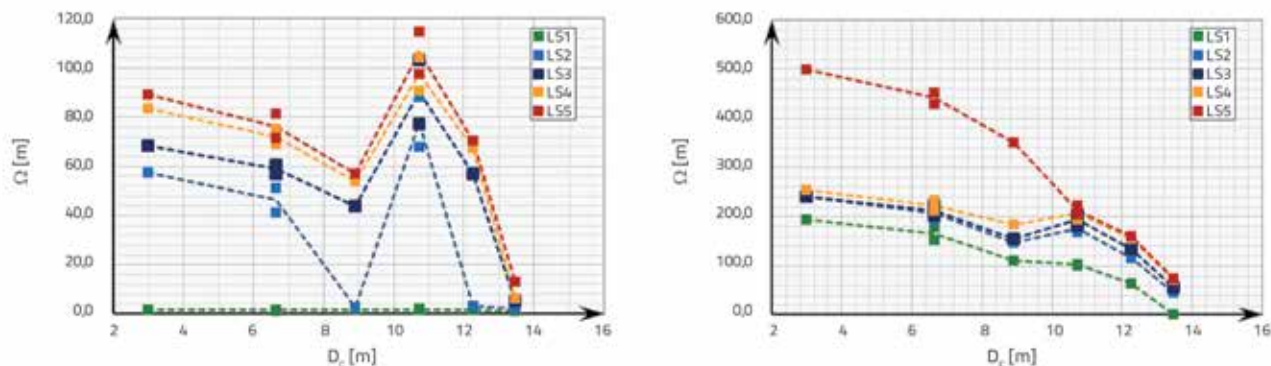
### 3.6. Utjecaj pložaja uklonjenoga elementa na granična stanja oštettjenja sustava

Dosadašnjim su analizama dobiveni rezultati koji pokazuju očito nepovoljniji odziv sustava u kojem su grede modelirane bez sudjelujuće širine ploče negoli sustava u kojem su grede modelirane s njom. Međutim, uočljiva je i razlika u otpornosti konstrukcije na dostizanje određenih graničnih stanja u ovisnosti o položaju uklonjenoga elementa u konstrukcijskom sustavu.

U prvom slučaju (slika 9., lijevo) najveću otpornost na progresivni slom sustav ima pri ukklanjanju fasadnoga stupa A3 (manjega poprečnog presjeka od ostalih, tablica 1.) i C1, koji su uz to i fasadni stupovi najudaljeniji od ugla zgrade u tlocrtu. Za njima slijede unutarnji stupovi C3 i C2, koji su k tome i unutarnji stupovi tlocrtno najudaljeniji od ugla zgrade. Potom slijedi unutarnji stup B3, u tlocrtu podjednako udaljen kao i C2 od ugla sustava, ali na udaljenosti od jednoga raspona od stupa najmanjih dimenzija. Zatim slijede stupovi B1 i B2, pripadne grede kojih se oslanjaju na AB zid. Sustav je najslabiji kad se ukloni zid W1, koji se nalazi na samom uglu zgrade u tlocrtu te, kao što je već spomenuto, nastaje progresivni slom.

Tablica 5. Udaljenost stupaca od centra krutosti sustava

Uklonjeni element	C3	C2	B3	B2	A3	C1	B1	W1
$D_c$ - Udaljenost od CoS-a [m]	2,97	6,64	6,64	8,91	10,71	10,71	12,24	13,45



Slika 14. Utjecaj udaljenosti uklonjenoga elementa od centra krutosti sustava na granična stanja oštećenja konstrukcije: bez uvažavanja širina ploče (lijevo), s uvažavanjem sudjelujućih širina ploče (desno)

U drugom slučaju (slika 9., desno) najveću otpornost na progresivni slom sustav ima pri uklanjanju unutarnjih stupova C3 ili C2, koji su ujedno i unutarnji stupovi tlocrtno najudaljeniji od ugla zgrade i najbliži centru krutosti sustava. Za njima slijede unutarnji stup B3, u tlocrtu podjednako udaljen kao i C2 od ugla sustava, ali na udaljenosti od jednoga raspona od stupa najmanjih dimenzija. Potom slijedi unutarnji stup B2 kojem se pripadna grede proteže okomito na AB zid i oslanja na njega. Za njim slijede fasadni stup A3 (manjega poprečnog presjeka od ostalih, tablica 1.), a zatim fasadni stupovi C1 i B1. Sustav je najslabiji kad se ukloni zid W1 koji se nalazi na samom uglu zgrade u tlocrtu. Centar krutosti (eng. *Center of stiffness* – CoS) sustava nalazi u sredini tlocrta, jer je konstrukcija dvoosno simetrična. Na slici 14. prikazan utjecaj udaljenosti uklonjenih elemenata od CoS-a na njihovu otpornost progresivnom slomu s gledišta DIF-a ( $\Omega$ ). Udaljenost stupova od CoS-a prikazana je u tablici 5.

Dok u prvom slučaju (slika 14., lijevo) ne postoji jasno izražena ovisnost između  $\Omega$  i CoS-a, ona je u drugom slučaju vrlo jasna i uočljiv je trend opadanja robusnosti sustava s povećanjem razmaka uklonjenoga elementa od CoS-a. U drugom je slučaju robusnost sustava obrnuto proporcionalna udaljenosti uklonjenoga vertikalnog elementa od CoS-a.

#### 4. Zaključci i preporuke

Budući da se zgrade ne mogu projektirati za svaki rizik kojemu je konstrukcijski sustav izložen tijekom svojega životnog vijeka, potreban je općeniti projektni pristup kojim bi se u obzir uzeli rizici povezani s događajima niske vjerojatnosti pojavljivanja i velikih posljedica po konstrukcijski sustav. To je karakteristično za progresivni slom [7]. Zbog toga je važno osigurati rezervni kapacitet za nelinearno ponašanje sustava i preraspodjelu utjecaja. Takvo ponašanje bitno ovisi

o duktilnosti i detaljanju elemenata i o njihovoj međusobnoj povezanosti i sposobnosti konstrukcije da razvije alternativni put prijenosa opterećenja u slučaju gubitka vitalnoga elementa. Uz osiguranje da elementi mogu djelovati zajedno, mora biti osiguran odgovarajući kontinuitet duktilnosti veza i rezerva nosivosti (redundantnost). To se ostvaruje većom statičkom neodređenošću konstrukcijskog sustava [7]. Konstrukcije projektirane u skladu s preporukama za seizmički otporne zgrade pokazuju nižu osjetljivost od onih koje nisu projektirane u skladu sa seizmičkim propisima [77].

Nakon uklanjanja stupova formira se gređa dvostrukoga raspona, tako da donju i bočnu armaturu treba povezati, što je i neophodno u seizmički aktivnim područjima. Više dokumenata i kodova sadrži preporuke za proračun konstrukcija koje su manje osjetljive na progresivni slom, to jest za robusne konstrukcije. Pravilnike za proračun konstrukcija treba usmjeriti na pružanje smjernica za ostvarivanje dovoljne razine otpornosti sustava na progresivni slom.

U ovom je radu analizirana robusnost, odnosno kapacitet peterokatne AB zgrade da se odupre progresivnom slomu. Za analizu robusnosti konstrukcije primijenjene su metode nelinearnih analiza (NSA i NDA). Analiziran je odziv konstrukcije za scenarije gubitka po jednoga vertikalnog elementa u prizemlju zgrade (stupa ili zida). Rezultati primjene NSA i NDA prikazani su obliku *pushdown* krivulja. Primjenom točnije NDA metode na temelju stanja naprezanja i deformacija materijala prema [61] određena su granična stanja oštećenja sustava. Primjenom metoda matematičke statistike i vjerojatnosti konstruirane su krivulje oštetljivosti AB zgrade i dobivene vjerojatnosti pojava graničnih stanja oštećenja sustava. Prvo su uspoređena dva pristupa u modeliranju grednih elemenata:

- bez sudjelujućom širine ploče, i
- sa sudjelujućom širinom ploče, uz usporedbu rezultata.

Iz dobivenih se rezultata može zaključiti:

- Prvi i posljednji relevantni periodi titranja vezani za translaciju referentnih točaka u smjeru Z veći su u prvom slučaju, što je ujedno i očekivano, jer sustav ima veću vertikalnu krutost u drugom slučaju.
- Utjecaj uklanjanja vertikalnih elemenata sa stajališta veličina vertikalnih pomaka referentne točke, sustav također bolje apsorbira u drugom slučaju.
- Rezultati modalne, *pushdown* analize, proračuna graničnih stanja oštjetljivosti, kao i proračuna krivulja oštjetljivosti upućuju na mnogo izraženiju robusnost sustava u drugom negoli u prvom slučaju modeliranja konstrukcije.
- Također, usporedbom rezultata analize zaključeno je i sljedeće:
- Izraženija je osjetljivost konstrukcijskoga sustava pri gubitku zida u usporedbi s gubitkom stupova. Ustanovljeno je da u prvom slučaju modeliranja sustava pri gubitku zida dolazi do progresivnog sloma toga dijela sustava.
- Iako primjena obje metode za korigiranje krivulja oštjetljivosti koje se presijecaju dovodi do određenih odstupanja u odnosu na nekororigirane vrijednosti, primjena druge metode korigiranja (C2) dala je rezultate veće točnosti.
- Ustanovljeno je da robusnost konstrukcijskoga sustava opada s udaljenošću uklonjenoga vertikalnog elementa od centra krutosti sustava, odnosno da je pri uklanjanju ugaonih i fasadnih vertikalnih elemenata sustav najpodložniji progresivnom slomu.

Na temelju izloženoga preporuča se primjena drugoga načina modeliranja sustava pri analizi robusnosti AB prostornih modela,

odnosno uključivanje sudjelujućih širina ploča u proračun, jer se bez toga dobiva previše konzervativno rješenje.

Gubitak nosivosti ugaonih i fasadnih vertikalnih elemenata najviše doprinosi padu robusnosti sustava, pa je neophodno osigurati kontinuiranost konstrukcije i povećanje nosivosti veza. Ako pri konstruiranju krivulja oštjetljivosti dođe do njihova "križanja", može se primijeniti metoda predložena u [9] (C1). Pri velikim odstupanjima vjerojatnosti pojave određenih graničnih stanja oštećenja sustava treba se koristiti drugim pristupom (C2) s iteracijskim postupkom pojedinačnih korekcija vrijednosti standardnih devijacija

Pri projektiranju konstrukcijskoga sustava vrlo je važno smanjiti izloženost AB zidova potencijalnoj opasnosti da dođe do njihovoga gubitka nosivosti, što se može osigurati njihovim smještanjem u sustavu na mjestima na kojima su manje izloženi izvanrednom djelovanju. Također, važno je razmotriti povećanje otpornosti AB zidova koji mogu biti izloženi izvanrednim djelovanjima. U budućim istraživanjima treba proučiti robusnost sustava dimenzioniranih prema [84] za visoku klasu duktilnosti s različitim rasporedom AB zidova.

## Zahvala

Istraživanje opisano u ovom radu financijski je podržalo Ministarstvo prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije u okviru projekta: "Sveobuhvatan pristup unapređenju interdisciplinarnih istraživanja obrazovanju i nauci u građevinarstvu" (Univerzitet u Novom Sadu, FTN, Departman za Građevinarstvo i geodeziju). Autori se srdačno zahvaljuju na podršci.

## LITERATURA

- [1] Adam, J.M., Parisi, F., Sgaseta, J., Lu X.: Research and practice on progressive collapse and robustness of building structures in the 21<sup>st</sup> century, *Engineering Structures*, 173 (2018), pp. 122-149
- [2] Janssens, V., O'Dwyer, D.W.: *Disproportionate collapse in building structures*, 2010,
- [3] Wang, H., Zhang, A., Li, Y., Weiming, Y.: A Review on Progressive Collapse of Building Structures, *The Open Civil engineering Journal*, 8 (2014), pp. 183-192
- [4] US Dep. of Housing and Urban Development, Portland Cement Association, Skokie, Philosophy of Structural Response to Normal and Abnormal Loads. Report 2, Illinois, USA, 1976
- [5] Lind, N.: Tolerable risk, *Proc. Int. Conf. on Safety, Risk and Reliability in Eng.*, 1 (2001), pp. 123-128.
- [6] CEN, EN 1990: Basis of structural design, 2002 and Designers' Guide to EN 1990, Thomas Telford, 2002.
- [7] Folić, R.: Structural Robustness of Monolithic and Precast RC structures, Plenary lecture, Reinforced Concrete and Masonry Structures - Theory and Practice, 22-23 October 2015, Sofia, Bulgaria, Book of Abstracts, pp. 18, Full paper electr. pp. 37 - 54. <http://www.rc-structures.bg/>
- [8] Brunesi, E., Parisi, F.: Progressive collapse fragility of European RC buildings, 13<sup>th</sup> Intern. Conf. On Appl. And Probab. In Civil Eng. ICASP 13, Seoul, S. Korea, May 26-30 2019, pp. 1-9
- [9] Porter, K.: *A Beginner's Guide to Fragility, Vulnerability, and Risk*. University of Colorado Boulder, 2020, <https://www.sparisk.com/pubs/Porter-beginnersguide.pdf>
- [10] American Society of Civil Engineers (ASCE), Standard ASCE/SEI 41-17, Seismic Evaluation and Retrofit of Existing Buildings, 2017
- [11] Brooker, O.: How to design concrete buildings to satisfy disproportionate collapse requirements, *The Concrete Centre*, Ref:TCC/03/45, October 2008
- [12] Woliński, S.: Defining of the structural robustness, *Bulletin of the Polish Academy of Technical Sciences (CE)*, 61 (2013) 1, pp. 137-134, <https://doi.org/10.2478/bpasts-2013-0012>
- [13] CEN, EN 1991, Actions on structures - Part 1-7: General actions - Accidental actions, 2006.
- [14] Starossek, U., Haberland, M.: Measures of Structural Robustness - Requirements & Applications, ASCE SEI 2008 Structures Congress, CB, Vancouver, Canada, April 24-26, 2008, pp. 1/10-10/10
- [15] GSA, Alternate Path Analysis and Design Guidelines for Progressive Collapse Resistance, October 24, 2013; Revision 1, January 28, 2016.
- [16] DoD UFC Guidelines. Design of Buildings to Resist Progressive Collapse, Unified Facilities Criteria (UFC) 4-023-03. Department of Defence (DoD), 2013.

- [17] Unified Casualties Criteria (UCF 4-023-03): Design of buildings to resist progressive collapse, June 2017.
- [18] COST Action TU0601 – Robustness of Structures – Structural robustness design for Practicing engineers, Sept. 2011. <http://www.cost-tu0601.ethz.ch>
- [19] CPNI – Centre for Protection of National Infrastructure. Review of international research on structural robustness and disproportional collapse, Arup, Department for Communities and Local Government, October 2011.
- [20] Giuliani, L.: Structural integrity: robustness assessment and progressive collapse susceptibility, Doct. Dissertation, University di Roma, 2008
- [21] Baker J., Schubert, M., Faber, M.: On the assessment of robustness, *Structural Safety*, 30 (2008), pp. 253–267
- [22] Brett, C., Lu, Y.: Assessment of robustness of structures: Current state of research, *Front. Struct. Civ. Eng.*, 7 (2013) 4, pp. 356–368
- [23] Kasinos, S., Palmeri, A.: Robustness assessment using nonlinear analysis methods: a parametric study. IN: Topping, B.H.V. and Ivanyi, P. (eds.), *Proceedings of the Twelfth International Conference on Computational Structures Technology*. Stirlingshire, UK: Civil-Comp, Paper 42, 2014, <https://doi.org/10.4203/ccp.106.42>
- [24] Beck, A.T. et al. A comparison between robust and risk-based optimization under uncertainty, *Struct. Multidisc. Optim.*, 52 (2015) 3. <https://doi.org/10.1007/s00158-015-1263-9>
- [25] Ellingwood, B.R.: Strategies for mitigating risk of progressive collapse, *ACSE Structures Congress 1*, 5-6 2005.
- [26] Iribarren, B. S.: Progressive collapse simulation of RC structures: influence of design and material parameters and investigation of the strain rate effects, Univ. Of Bruxelles, Doctor. Disertation , 2011.
- [27] Choi, H., Kim, J.: Progressive collapse-resisting capacity of RC beam-column sub-assembly, *ICE Magazine of Concrete Research*, 63 (2011) 4, pp. 297-310
- [28] Yu, J., Tan, K.H.: Numerical analysis with joint model on RC assemblies subjected to progressive collapse, *ICE Magazine of Concrete Research*, 66 (2014) 23, pp. 1201-1218, <https://doi.org/https://doi.org/10.1680/macrc.14.00100>
- [29] Herraiz, B., Russell, J., Vogel, T.: Energy-based method for sudden column failure scenarios: theoretical, numerical and experimental analysis, *IABSE Workshop Helsinki*, 2015, <https://doi.org/10.3929/ethz-a-010389549>
- [30] Xu, G., Ellinwood, B.R.: A energy-based partial pushdown analysis procedure assessment of disproportional collapse potential, *Journal of Steel Research*, 67 (2011), pp. 547-555.
- [31] Dusenberry, D.O., Ronald, O., Hamburger, S.E.: Practical means for energy-based analyses of disproportionate collapse potential, *ASCE J. of Performance of Constructed Facilities*, 20 (2006) 4, pp. 336-348
- [32] fib (CEB-FIP) Bulletin 66: Model Code 2010, Final draft, 2 (2013).
- [33] Folić, R., Lađinović, Đ., Zenunović, D.: Robustness versus progressive collapse of RC buildings, Abstract, p. 59. Paper on CD ROM, 249-258. <https://doi.org/10.14415/konferencijaGFS2014>, April 2014, Subotica
- [34] Ameri, M.R., Massumi, A., Masoomi, H.: Effect of Structural Redundancy on Progressive Collapse Resistance Enhancement in RC Frame Structures, *ASCE J. Perform. Constr. Facil.*, 33 (2019) 1
- [35] Arhain, A.H., Morgenthal, G.: Alternative path sensitivity analysis of RC frames using First-order second moment method, *IABSE Workshop Helsinki*, 2015, pp. 170-177.
- [36] Fascetti, A., Sashi, K., Kunnath, N.N.: Robustness evaluation of RC frame buildings to progressive collapse, *Engineering Structures*, 86 (2015), pp. 242–249
- [37] Ioani, A., Cucu, H.L.: Vulnerability to Progressive Collapse of Seismically Designed RC Framed Structures Corner Column Case, *Buletinul Institutului Politehnic Din Iași*, Publicat de Universitatea Tehnică „Gheorghe Asachi din Iași Tomul LVI (LX), Fasc. 4, 2010 Secția Construcții. Arhitectură, accessed: December 2018.
- [38] Li, Y., Lu, X., Guan, H., Ye, L.: Progressive Collapse Resistance Demand of Reinforced Concrete Frames under Catenary Mechanism, *ACI Structural Journal*, 111 (2014) 5, pp. 1225-1234
- [39] Nica, G.B., Pavel, F.: Numerical analysis on the collapse of a RC frame, *Mathematical Modelling in Civil Engineering*, 12 (2016) 4, pp. 22 - 35, <https://doi.org/10.1515/mmce-2016-0015>
- [40] Rakshith, K.G., Radhakrishna: Progressive collapse analysis of reinforced concrete framed structure, *Internat. Journal of Research in Engineering and Technology*, IC-RICE Conference Issue (2013), pp. 36-40
- [41] Tsai, M.H.: Evaluation of different loading simulation approaches for progressive collapse analysis of regular building frames, *Structure and Infrastr. Engineering*, 8 (2012) 8, , pp. 765-779
- [42] Weng, J., Lee, C.K, Kang, K.H. Lim, N.S.: Damage assessment for reinforced concrete frames subject to progressive collapse, *Engineering Structures*, 149 (2017), pp. 147–160
- [43] Shayanfar, M.A., Javidan, M.M.: Progressive Collapse-Resisting Mechanisms and Robustness of RC Frame–Shear Wall Structures, *Journal of Performance of Constr. Facilities*, 31 (2017) 5, [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)CF.1943-5509.0001012](https://doi.org/10.1061/(ASCE)CF.1943-5509.0001012)
- [44] Palmisano, F.: Mitigation of progressive collapse by the activation of the elasto-plastic catenary behaviour of RC slab structures, *The Open Construction ABD Building Techn. J.*, 8 (2014), pp. 122-131
- [45] Starossek, U.: Topology of progressive collapse, *Engineering Structures*, 29 (2007) 9, pp. 2302-2307
- [46] Sasany, M., Kropelnicki, J.: Progressive Collapse analysis of an RC structure, *The Struct. Design of Tall and Special BuildingS*, 17 (2008), pp. 757-771
- [47] Elshaer, A., Mostafa, H., Salem, H.: Progressive collapse assessment of multidtory RC structures subjected to seismic actions, *KSCE J. of Civil Engineering*, 21 (2017), pp. 184-194
- [48] Tsai, M.H., Lin, B.H.: Investigation of progressive collapse resistance and inelastic response for an earthquake-resistant RC building subjected to column failure, *Engineering Structures*, 30 (2008) 12, pp. 3619-3628
- [49] Villaverde, R.: Methods to Assess the Seismic Collapse Capacity of Building Structures: State of the Art, *JOURNAL OF STRUCTURAL ENGINEERING*, 133 (2007) 1, [https://doi.org/https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)0733-9445\(2007\)133:1\(57\)](https://doi.org/https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9445(2007)133:1(57))
- [50] Stephen, D., Lam, D., Forth, J., Tsavdaridis, K.: An Evaluation of Modelling Approaches and Column Removal Time on Progressive Collapse of Building. *Journal of Constructional Steel Research*, 153 (2018), pp. 243-253
- [51] Rohani, M., Naji, A.: Progressive collapse analysis of RC structures: A simplified procedure, *European J. of Eng. Research and Science*, 2 (2017) 10, pp. 7-12
- [52] Ellingwood, B.R., Smilowitz, R., Dusenberry, D.O., Duthin, D., Carino, N.J.: Best practice for reducing the Potential for Progressive Collapse in Buildings, *NISTIR 7396*, 2007



- [53] Ellingwood, B.R.: Load and Resistance Factor Criteria for Progressive Collapse Design, 2002, [https://cdn.ymaws.com/www.nibs.org/resource/resmgr/mmc/wppc\\_ellingwood\\_paper.pdf](https://cdn.ymaws.com/www.nibs.org/resource/resmgr/mmc/wppc_ellingwood_paper.pdf),
- [54] Canisius, T.D.G., Sørensen, J.D., Baker, J.W.: Robustness of structural system – a new focus for the Joint Committee on Structural Safety (JCSS), *Applic. of Statistics and Probability in Civil Eng.– Kanda, Tkeda, Furuta (eds) (2007)*, Taylor and Francis Group, London, UK, pp. 1–10
- [55] Kokot, S., Solomos, G.: Progressive collapse risk analysis: literature survey, relevant construction standards and guidelines, relevant construction standards and guidelines, European Laboratory for Structural Assessment, Publications Office of the European Union, 2012, pp. 55–59,
- [56] Parisi, F., Adam, J.M., Sagaseta, J., Lu, X.: Review of experimental research on progressive collapse of RC structures, *IF CRASC'17, Politecnico di Milano*, 14–16 Settembre 2017, pp. 265–376
- [57] Fu, F.: Progressive collapse design and analysis of multistorey buildings from Structural analysis and design to prevent disproportionate collapse CRC press, <https://www.routledgehandbooks.com/doi/10.1201/b19662-3>, Accessed: 06 Jan 2019
- [58] Lu, D.-G., Song, P., Cui, S., Chen, Z.: Vertical Incremental Dynamic Analysis for Assessing Progressive Collapse Resistance and Failure Modes of Structures, *4<sup>th</sup> International Workshop on Reliable Engineering Computing (REC 2010)*, NU of Singapore, 2010
- [59] Nethercot, D.A.: Design of Building Structures to improve their Resistance to Progressive Collapse, *PROCIDIA ENGINEERING*, 14 (2011), pp. 1–13
- [60] Ćosić, M., Folić, R.: Performance Analysis of Damaged Buildings Applying Scenario of Related Non-Linear Analyses and Damage Coefficient, *Building Materials and Structures*, 58 (2015) 3, pp. 3–27
- [61] Parisi, F., Scalvenzi, M., Brunesi, E.: Performance limit states for progressive collapse analysis of reinforced concrete framed buildings, *Structural Concrete*, 20 (2019) 1; pp. 68–84, <https://doi.org/10.1002/suco.201800039>
- [62] CEN, EN1998- Part 3: Assessment and retrofitting of buildings, 2005
- [63] FEMA 356. Prestandard and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings, Prepared by ASCE, Prepared for FEMA, November 2000.
- [64] Smith, M.: Progressive Collapse Assessment-Non-linear behaviour of concrete structures in damaged state, Master's thesis, TU, Delft, 2007
- [65] Attia, F., Salem, H., Yehia, N.: Progressive Collapse Assessment of Mid-Rise Reinforced Concrete Flat Slab Structures, *Structural Concrete*, 18 (2017) 3, pp. 409–420, <https://doi.org/10.1002/suco.201600051>
- [66] Bao, Y., Kunnath, S.K.: Simplified progressive collapse simulation of RC frame-wall structures, *Engineering Structures*, 32 (2010) 10, pp. 3153–3162.
- [67] Lu, X., Lin, X., Ma, Y., Li, Y., Ye, L.: Numerical simulation for the progressive collapse of concrete building due to earthquake, *14<sup>th</sup> Word Conference on Earthquake Engineering*, Beijing, China, October 12/17, 2008
- [68] CSi Knowledge Base, Etabs, Modeling Concrete Cracked Section Properties for Building Analysis, Added by Truly Guzman, last edited by Truly Guzman on Jun 15, 2017, accessed: August 2020
- [69] CSi Knowledge Base, Etabs, Panel Zone and Rigid Offset, Added by Truly Guzman, last edited by Mohamad Ali-Ahmad on Sep 12, 2014, accessed: August 2020
- [70] CSi Knowledge Base, Technical Knowledge Base, Ritz vs. Eigen Vectors, Added by Riaz, last edited by Jessica Napier on Apr 04, 2014, accessed: August 2020
- [71] ETABS, Computers and Structures, Inc., 2016
- [72] Kwasniewski, L.: Nonlinear dynamic simulations of progressive collapse for a multistory building, *Engineering Structures*, 32 (2010) 5, pp. 1223–1235
- [73] Marjanishvili, S.M.: Progressive analysis procedures for progressive collapse, *Journal of Performance Constructed Facilities*, ASCE, 18 (2004) 2, pp. 79–85
- [74] Lu, D.G., Cui, S.S., Song, P.Y., Chen, Z.H.: Robustness assessment for progressive collapse of framed structures using Pushdown analysis method, *4<sup>th</sup> Inter. Workshop on Reliable Engineering Computing (REC 2010)*, NU of Singapore, 2010, <https://doi.org/10.3850/978-981-08-5118.7-063>
- [75] Singhania, A., Khatuja, V., Singh Thakur, V., Rao, C.B.K.: Simplified Analysis of RC Framed Structures for Progressive Collapse, *Int. Journal of Scientific & Research*, 4 (2013) 5, pp. 264– 271
- [76] Izzudin, B.A., Vlassis, A.G. Elghazouli, A.Y. Nethart, D.A.: Progressive collapse of multi-story buildings due to sudden column loss - Part I: Simplified assessment framework, *Engineering Structures*, 30 (2008) 5, pp. 1308–1318
- [77] Brunesi, E., Nascimbene, R., Parisi, F.: Progressive collapse fragility models of RC framed buildings based on pushdown analysis, *ECCOMAS Congress 2016, VII Eur. Congress on Comput. Methods in Applied Sciences and Engineering*; M. Papadrakakis, et al. (eds.), Crete Island, Greece, 5–10 June 2016. <https://doi.org/10.7712/100016.2155.5285>.
- [78] Brunesi, E., Nascimbene, R., Parisi, F., Augenti, N.: Progressive collapse fragility of reinforced concrete framed structures through incremental dynamic analysis, *Engineering Structures*, 104 (2015), pp. 65–79
- [79] Agnew, E., Marjanishvili, S.: Dynamic analysis procedures for progressive collapse. *STRUCTURE MAGAZINE* (2006), pp. 24–27
- [80] Bao, Y., Main, J.A., Noh, S.-Y.: Evaluation of Structural Robustness against Column Loss: Methodology and Application to RC frame Buildings, *ASCE Journal of Structural Engineering*, 143 (2017) 8, pp. 12.
- [81] Kumari, D.: Effect of span length in progressive collapse of multi-storey RC building under corner and middle column removal scenario, *Int. Journal of Civil Eng. and Technology*, 9 (2018) 3, pp. 449–466
- [82] Kevins, P., Tushar, P.: Effects of Irregularity on Progressive Collapse of RCC Building, *Imperial Journal of Interdisciplinary Research (IJIR)*, 3 (2017) 4, pp. 1637–1647
- [83] CEN, EN 1992: Design of concrete structures, Part 1-1: General rules and rules for buildings, Brussels, 2004
- [84] CEN, EN 1998-1: Design of structures for earthquake resistance - General rules, seismic actions, rules for buildings, 2004
- [85] Mander, J., Priestley, M., Park, R.: Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete, *Journal of Structural Engineering*, 114 (1988) 8, pp. 1804–1825
- [86] Ćosić, M., Folić, R., Brčić, S.: An Overview of Modern Seismic Analyses with Different Ways of Damping Introduction, *Building Materials and Structures*, 60 (2017) 1, pp. 3–30

- [87] Adom-Asamoah, M., Ankamah, N.O.: Effect of design ductility on the progressive collapse potential of RC frame structures designed to EC 8, *American Journal of Civil Engineering*, 4 (2016) 2, pp. 24-33
- [88] Wong, J.M., Sommer, A., Briggs, K., Cenk, E.: Effective stiffness for modeling reinforced concrete structures: a literature review. *Structure Magazine*, 24 (2017), pp. 18-21
- [89] ACI 318-11: Building Code Requirements for Structural Concrete and Commentary, American Concrete Institute, August 2011
- [90] CSI Knowledge Base, Etabs, Modeling concrete cracked section properties for building analysis, Created by Truly Guzman, last modified on Jun 15, 2017, accessed: August 2020
- [91] Paulay, T., Priestley, M.J.N.: *Seismic Design of Reinforced Concrete and Masonry Buildings*, John Wiley and Sons, New York, U.S.A., (1992), pp. 767
- [92] CSI Knowledge Base, Etabs, Caltrans vs. fiber hinge, last modified by Jessica Napier on Jun 10, 2014, accessed: August 2020
- [93] EasyFit, MathWave Technologies
- [94] Baker, J.W.: Efficient analytical fragility function fitting using dynamic structural analysis, *EARTHQUAKE SPECTRA*, 31 (2015) 1, pp. 579-599