DOI: 10.14256/JCE.1048.2014

Građevinar 12/2014

Primljen / Received: 3.3.2014.
Ispravljen / Corrected: 30.11.2014.
Prihvaćen / Accepted: 15.12.2014.
Dostupno online / Available online: 10.1.2015.

Primjena rojeva čestica za optimizaciju vremena i troškova projekta

Autori:

Doc.dr.sc. **Nataša Praščević**, dipl.ing.građ.
Sveučilište u Beogradu
Građevinski fakultet
natasa@grf.bg.ac.rs

Prof.dr.sc. **Živojin Praščević**, dipl.ing.građ.
Sveučilište u Beogradu
Građevinski fakultet
zika@grf.bg.ac.rs

Prethodno priopćenje

Nataša Praščević, Živojin Praščević

Primjena rojeva čestica za optimizaciju vremena i troškova projekta

U ovome radu se razmatra optimizacija vremena izvođenja građevinskog projekta u odnosu na troškove izvršenja njegovih aktivnosti i ukupne troškove izvođenja projekta. Uzimaju se u obzir direktni i indirektni troškovi, duljine trajanja svih aktivnosti i duljina izvođenja projekta, te veze između aktivnosti. Za rješavanje ovog nelinearnog problema primijenjena je metoda optimizacije pomoću čestica rojeva, koju su autori prilagodili za optimizaciju troškova i vremena i razvili odgovarajući računalni program u programskom sustavu MATLAB.

Ključne riječi:

projektni menadžment, metode planiranja projekata, optimizacija vremena i troškova projekta, optimizacija pomoću rojeva čestica

Preliminary note

Nataša Praščević, Živojin Praščević

Application of particle swarms for project time-cost optimization

The time-cost optimization of a construction project, as related to the costs of its activities and the total project realization costs, is considered in this paper. Direct and indirect costs, durations of all activities, project realization time, and relations between activities, are taken into account. The particle swarm optimisation method is applied for solving this nonlinear problem. The authors adjusted this method for the time-cost optimization, and developed for that purpose an appropriate computer programme in the scope of the MATLAB programming system.

Key words:

project management, project planning methods, time-cost optimization of projects, particle swarm optimisation

Vorherige Mitteilung

Nataša Praščević, Živojin Praščević

Anwendung von Partikelschwärmen zur Optimierung von Projektdauer und Kosten

In dieser Arbeit wird die Optimierung der Ausführungsdauer und Kosten von Bauprojekten in Bezug auf die Abwicklungskosten der Aktivitäten und die gesamten Ausführungskosten des Projekts betrachtet. Direkte und indirekte Kosten, Ausführungsdauer und Zusammenhänge einzelner Tätigkeiten werden in Betracht gezogen. Um dieses nichtlineare Problem zu lösen, wird die Methode der Partikelschwarmoptimierung angewandt, die von den Autoren zur Optimierung von Kosten und Zeit angepasst und in der Form eines Computerprograms in das Softwaresystem MATLAB implementiert wurde.

Schlüsselwörter:

Projektmanagement, Projektplanungsmethoden, Optimierung von Projektdauer und Kosten, Partikelschwarmoptimierung

1. Uvod

Građevinski projekti su usmjerni i planirani pothvati, čiji je cilj gradnja, rekonstrukcija ili adaptacija građevinskih objekata. To su dinamički procesi koji se mogu podijeliti u četiri faze: koncipiranje, definiranje, izvođenje i upotreba građevinskog objekta. Za izvršenje tih faza izdvajaju se velika financijska sredstva. U njima sudjeluje veliki broj poduzeća, institucija i organizacija te se angažira velika količina raznovrsnih resursa i opreme. Faza izvođenja građevinskog projekta često je vremenski dugotrajna, a izvođači radova imaju obavezu da projekt završe u ugovorenom roku uz ostvarenje visoke kvalitete obavljenih radova i što manje troškove. Zbog toga je već duže vrijeme prisutan problem određivanja optimalnog roka izvođenja tih projekata uz najmanje novčane troškove i druge kriterije. U ovom radu razmatrati će se aktivnosti u fazi izvođenja građevinskog projekta, budući da one koje se odnose na vrijeme, troškove, količine radova, primjenjene tehnologije i radne procese zauzimaju najveći dio građevinskog projekta. Faza izvođenja projekta započinje zaključivanjem ugovora između investitora i izvođača, a završava tehničkim pregledom, predajom objekta investitoru i izdavanjem uporabne dozvole. Metoda optimizacije opisana u ovom radu može se primijeniti i za izvršenje ostalih faza građevinskog projekta.

Početak razvoja metoda za planiranje i kontrolu izvršenja projekata i proizvodnje povezuje se s radovima američkog inženjera i jednog od pionira znanstvenog vođenja i organizacije rada Henrya L. Gantta [1]. On je 1917. predložio i razvio metodu koja se i danas primjenjuje, a poznata je kao metoda Ganttovih karata ili gantograma, u kojima se aktivnosti prikazuju linijama. Pedesetih godina XX. stoljeća su predložene prve metode s matematičkim formulacijama za planiranje dinamike izvršenja, optimizacije troškova i vremena te ujednačavanja (niveliranja) troškova ili upotrebe resursa [2-4]. Američka korporacija E. I. Du Pont de Nemours & Company formirala je 1955. godine tim sa zadatkom da unaprijede i razviju nove tehnike planiranja. Taj tim predložio je novu tehniku planiranja koju su nazvali *metoda kritičnog puta* (MKP) s mrežnim dijagramom (CPM) u kojem se aktivnosti prikazuju pomoću strelica, a događaji pomoću kružnica. Prvi radovi za određivanje optimalne dinamike izvršenja radova primjenom primarnog i dualnog problema linearnog programiranja objavljeni su 1961. godine [2, 3]. Tada je razvijena i Fondahlova heuristička metoda za optimizaciju troškova projekta primjenom linearne ovisnosti troškova aktivnosti i vremena njihovog izvršenja [5]. U toj metodi, koja je nazvana "Precedence method" (PDM metoda), u mrežnom dijagramu aktivnosti se nalaze u čvorovima i označene su krugovima ili pravokutnicima, a njihove međusobne veze i redoslijed izvršenja strelicama, pa se zbog toga ovaj dijagram zove mrežni čvorni dijagram (MDM). Ova heuristička metoda optimizacije je modificirana, pojednostavljena i prilagođena izvođenju građevinskih projekata [6, 7]. U [8] su analizirani troškovi izgradnje više vrsta građevinskih objekata i izvedene jednostavne formule za približan izračun ekonomičnog roka izgradnje u ovisnosti o troškovima, te obrasci za određivanje najpovoljnije fronte rada. Problem optimizacije ciklogramskog plana matematički je formuliran u [9] kao zadatak linearnog programiranja, uzimajući u obzir direktne i indirektne troškove izgradnje objekata, za koje se može primijeniti ova vrsta planova. Primjenom heurističkog pristupa izvršena je optimizacija mrežnog plana s velikim brojem aktivnosti, a rezultati su dobiveni primjenom programskog paketa za upravljanje projektima PCS (eng. *Project Control System* - PCS) [10]. Problemi optimizacije u graditeljstvu i optimizacije privrednih objekata razmatrani su u [11-17].

U velikom broju stručnih članaka i znanstvenih radova razmatra se jednokriterijski problem optimizacije vremena u odnosu na troškove ("vrijeme – troškovi", eng. *Time-Cost Trade-off*). Jednokriterijski postupak određivanja optimalnog vremena izvođenja projekta ima ograničenja, jer se u njemu u potpunosti ne vodi računa o količini raspoloživih resursa, koja je ograničena [18]. Zbog toga, prilikom određivanja karakterističnih vremena trajanja aktivnosti, treba voditi računa o raspoloživim resursima, naročito za veći broj aktivnosti koje se istodobno izvršavaju. Velik broj radova u literaturi i inženjerskoj praksi odnosi se na izjednačavanje (niveliranje) resursa (eng. *leveling of resources*). Uzimanje u obzir ovih faktora zahtijeva povećanje broja ograničenja u matematičkom modelu optimizacije, što veoma otežava određivanje traženih optimalnih rješenja.

U [19] se razmatra kompleksni problem optimalizacije troškova i vremena pod utjecajem rizika i ograničenja resursa. Problem planiranja kontrole resursa, optimizacija roka i rasporeda resursa za građevinske projekte rješavan je u [20, 21].

U formulacijama modela i rješavanju problema optimizacije primjenjuju se heurističke metode, metode matematičkog programiranja i simulacijske metode. Heurističke metode, kojima pripada i Fondahlova metoda, često nisu prikladne za rješavanje problema optimizacije naročito za mrežne planove s velikim brojem aktivnosti, jer zahtijevaju veliki broj koraka za dobivanje rješenja. Taj pristup, koji je Fondahl definirao kao neračunalni, nije prikladan za izradu računalnih programa. Rješavanje problema optimizacije plana primjenom numeričkih i analitičkih metoda matematičkog programiranja, koje su zasnovane na uvjetima optimalnosti Korusha-Kuhna-Tuckera, vrlo je otežano zbog velikog broja nepoznatih varijabli i uvjeta ograničenja. Da bi se efikasnije došlo do rješenja problema optimizacije, koji su formulirani kao matematički modeli, primjenjuju se sve češće genetski algoritmi, evolucijske strategije, tehnike simuliranog kaljenja, rojeva čestica, kolonije mrava i druge. Zbog nepreciznosti i neizvjesnosti u određivanju parametara i varijabli modela, osim determinističkih i probabilističkih metoda, zasnovanih na teoriji vjerojatnosti, primjenjuju se i metode vjerojatnosti koje se temelje na teoriji neizrazitih (eng. *fuzzy*) skupova. U [22] je primijenjen hibridni pristup, u kojem su kombinirane simulacijske tehnike i genetski algoritmi za rješavanje problema optimizacija troškova i vremena. Pokazano je da se ovom kombinacijom mogu dobiti optimalna trajanja i redoslijed izvršavanja aktivnosti. Noviji pristup za simultanu optimizaciju ukupnog vremena i ukupnih troškova realizacije projekta primjenjujući genetske algoritme prikazan je u [23]. Problem optimizacije troškova i vremena rješavan je pomoću metode kolonije mrava [24] kao i metode genetskih algoritama i metode Monte Carlo [25-27].

Problem optimizacije "vrijeme-troškovi" rješavan je primjenom stohastičkog linearnog programiranja, uzimajući u obzir varijabilnost financiranja i neizvjesnost trajanja realizacije projekta [28]. Financijska mogućnost realizacije je izražena kao stohastičko ograničenje, dok je neizvjesnost realizacije uključena u model primjenom PERT metode. U [29] je primijenjen algoritam za određivanje minimalnog trajanja projekta s ograničenjima u resursima. Hibridni evolucijski algoritam za optimizaciju troškova i vremena realizacije građevinskih projekata razvijen je u [30]. Višekriterijsko linearno programiranje za optimalno planiranje projekata koji imaju cjeline koje se više puta ponavljaju kao u ciklogramskom planiranju primijenjeno je u [31]. Kriteriji su: trajanje realizacije projekta, trajanje pojedinih njegovih cjelina, kašnjenja u njihovoj realizaciji i ukupni troškovi projekta. Optimalno ciklogramsko planiranje s resursnim ograničenjima i optimalnom raspodjelom radnika na pojedine poslove primjenom metode genetskih algoritama prikazano je u [32]. U [33] je primijenjena metoda optimizacije rojeva čestica za dvokriterijsku "vrijeme – troškovi" analizu. Za kriterije su uzeti direktni troškovi i vrijeme realizacije projekta, a uvjeti ograničenja su formulirani prema trajanjima aktivnosti i njihovim međusobnim vezama. Primjenjujući predloženi algoritam rojeva čestica, određena je Paretova fronta koja predstavlja krivulju koja određuje optimalnu međuzavisnost dvaju izabranih kriterija. Problem procjene ukupnih troškova u visokogradnji razmatran je u [34]. Problem diskretne optimizacije "vrijeme-troškovi" s multimodalnim ograničenjima u odnosu na resurse primjenom neizrazitih (eng. *fuzzy*) genetskih algoritama razmatran je u [35-37].

U ovom se radu daje matematička formulacija problema optimizacije vremena i troškova faze izvođenja građevinskog projekta, koja se rješava primjenom optimizacije pomoću članova rojeva, koja pripada novijim metodama optimizacije. Ovaj algoritam, koji se koristi za određivanje optimalnih rješenja u različitim područjima, ovdje je prilagođen rješavanju problema optimizacije troškova i vremena.

2. Matematički model optimizacije

Matematički model problema optimizacije vremena i troškova izvođenja građevinskog projekta, koji se prikazuje u ovom radu, predstavlja zadatak nelinearnog (kvadratnog) programiranja s linearnim uvjetima ograničenja. Početkom šezdesetih godina prošlog stoljeća formuliran je matematički model kao problem linearnog programiranja s linearnom funkcijom cilja i linearnim uvjetima ograničenja [2, 3].

2.1. Vrijeme izvođenja projekta i uvjeti ograničenja

Budući da je matematički model formuliran na mrežnom dijagramu, uvjeti ograničenja proizlaze iz međusobnih veza aktivnosti u dijagramu i njihovih mogućih trajanja, te ukupnog trajanja izvođenja projekta.

Za svaku aktivnost na projektu A_i (i=1, 2, ...n_a) može se izračunati minimalno i maksimalno vrijeme potrebno za njeno izvršenje. Minimalno vrijeme TC_i (crash time) predstavlja vrijeme za koje se ta aktivnost može realizirati najkraće u danim uvjetima primjenom određene tehnologije i raspoloživih resursa. Maksimalno vrijeme TN_i (normal time) predstavlja opravdano najdulje vrijeme za koje se aktivnost može završiti u danim uvjetima i s raspoloživim resursima. Osim ovih vremena, uvedeno je i konvencionalno vrijeme TE_i (conventional time) [38] koje se procjenjuje za uobičajene uvjete rada.

U općem slučaju veza između danih vremena se može prikazati sljedećom nejednadžbom

$$TC_i \le t_i \le TN_i, \quad i = 1, 2, \dots n_a \tag{1}$$

gdje je n_a broj aktivnosti na projektu.

Za trajanje t_i aktivnosti A_i vrijedi sljedeća relacija

$$TC_i \le t_i \le TN_i, \quad i = 1, 2, \dots n_a$$

odnosno

$$t_i \ge TC,\ t_i \le TN_i, \quad i = 1, 2, \dots n_a \tag{2}$$

Ako se sa TC označi najkraće, sa TN najdulje, a sa t_{pr} moguće aktualno trajanje izvođenja projekta, onda vrijedi

$$TC \le t_{pr} \le TN$$

odnosno

$$t_{pr} \ge TC, \quad t_{pr} \le TN \tag{3}$$

Najkraće vrijeme faze izvođenja projekta TC se dobiva za najkraća vremena TC_i izvršenja aktivnosti A_i, dok se najdulje vrijeme izvođenja projekta TN dobiva za najdulja vremena TN_i izvršenja aktivnosti A_i (i = 1,2,...,n_a).

Vrijeme trajanja faze izvođenja projekta t_{pr} je jednako zbroju trajanja aktivnosti t_k na jednom od kritičnih puteva.

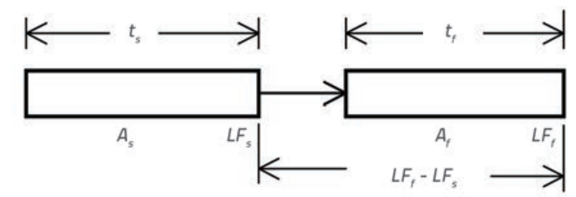
$$t_{pr} = \sum_k t_k \tag{4}$$

U praksi se postavlja još jedan važan uvjet, koji proistječe iz ugovora između investitora i izvođača, da se faza izvođenja projekta mora izvršiti u ugovorenom roku t_{ug}, tako da je

$$t_{pr} \le t_{ug} \tag{5}$$

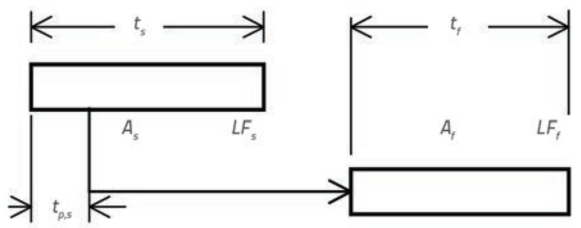
Između aktivnosti u mrežnom dijagramu, koji se primjenjuje u ovom radu, postoji n_r veza, i za svaku vezu v_j koja povezuje početnu aktivnost A_s i sljedeću aktivnost A_f, tako da je

- za vezu "kraj – početak"



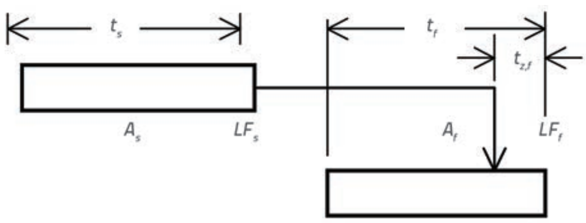
$$LF_f - LF_s \geq t_s \tag{6}$$

- za vezu "početak – početak", uz postojanje vremenskog prekida $t_{p,s} \geq 0$;



$$LF_f - LF_s - t_s + t_{p,s} \geq t_f \tag{7}$$

- za vezu "kraj – kraj", uz postojanje vremenske rezerve $t_{z,f} > 0$



$$LF_f - LF_s \geq t_{z,f} \tag{8}$$

Za prvu aktivnost A_1 vrijedi

$$LF_1 = t_1 \tag{9}$$

a za posljednju

$$LF_{na} = t_{pr} \tag{10}$$

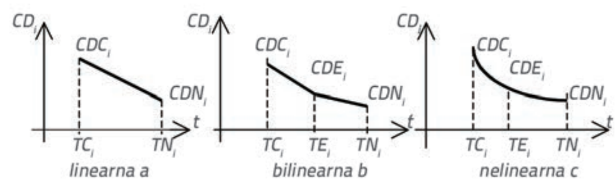
Nejednadžbama (2) do (8) i jednadžbama (9) i (10) definiraju se uvjeti ograničenja u kojima su nepoznate varijable trajanja aktivnosti t_i i njihovi najkasniji završeci LF_i (i = 1,2,...,n_a), tako da je broj varijabli $n_v = 2n_a$. Za svaku aktivnost A_i postoje po dva uvjeta ograničenja (2), a za svaku vezu v_j između aktivnosti postoji n_r uvjeta ograničenja. Kada se tomu dodaju dva uvjeta ograničenja (3) i po jedan uvjet (5), (9) i (10), dobiva se ukupan broj uvjeta ograničenja n_u u mrežnom dijagramu PMD.

$$n_u = 2n_a + n_r + 5 \tag{11}$$

2.2. Troškovi izvođenja projekta i funkcija cilja

Troškovi izvođenja projekta mogu se podijeliti na direktne i indirektne troškove. Direktni troškovi se odnose na svaku aktivnost pojedinačno, dok se indirektni troškovi odnose na cijelu fazu izvođenja projekta. Direktni troškovi obuhvaćaju troškove radne snage, materijala, energije, mehanizacije i drugih resursa. Oni se posebno izračunavaju za svaku aktivnost na projektu. Indirektni troškovi sadrže režijske troškove, troškove poslovanja i ugovaranja, troškove tehničkog i administrativnog osoblja, upravljanje gradilištem, penale koje tvrtka treba platiti po ugovoru zbog eventualnog neopravdanog kašnjenja završetka radova, troškove zaštite na radu i druge. Indirektni troškovi se bonusima mogu umanjiti u slučaju da izvođač radova završi radove prije ugovorenog roka. Zbroj direktnih i indirektnih troškova u tijeku faze izvođenja projekta predstavlja ukupne troškove.

Direktni troškovi CD_i aktivnosti A_i sa produžetkom vremena njenog izvršenja se smanjuju. Veza između trajanja aktivnosti i direktnih troškova može biti linearna, bilinearna i u obliku neke nelinearne funkcije, kako je to prikazano na slici 1. Bilinearna i nelinearna veza više odgovaraju realnoj situaciji, osobito za aktivnosti čije vrijeme izvršenja traje dulje. U slučaju linearne i bilinearne veze između trajanja aktivnosti i njenih troškova, optimizacija trajanja projekta se vrši primjenom linearnog programiranja.



Slika 1. Veze direktnih troškova i trajanja aktivnosti

Ako se obavlja linearna aproksimacija troškova prema slici 1a, onda je

$$\begin{aligned} &CD_i(t_i) = CDN_i + (TN_i - t_i)\Delta CD_i / \Delta T_i \\ &\Delta CD_i = CDC_i - CDN_i,\ \Delta T_i = TN_i - TC_i \end{aligned} \tag{12}$$

Ako se aproksimacija "vrijeme – troškovi" obavlja kvadratnom parabolom primjenom Lagrangeove interpolacijske formule, tada su direktni troškovi aktivnosti A_i

$$CD(t_i) = CDC_i \cdot LC(t_i) + CDE_i \cdot LE(t_i) + CDN_i \cdot LN(t_i) \tag{13}$$

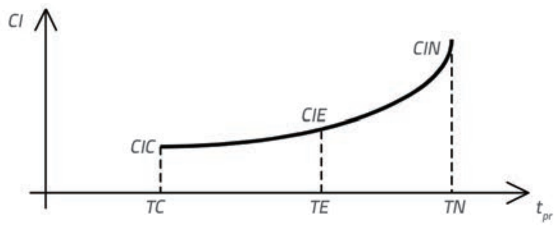
gdje su

$$\begin{aligned} LC(t_i) &= \frac{(t_i - TE_i)\cdot(t_i - TN_i)}{(TC_i - TE_i)\cdot(TC_i - TN_i)} \\ LE(t_i) &= \frac{(t_i - TC_i)\cdot(t_i - TN_i)}{(TE_i - TC_i)\cdot(TE_i - TN_i)} \qquad i = 1,2,\ldots,n_a \\ LN(t_i) &= \frac{(t_i - TC_i)\cdot(t_i - TE_i)}{(TN_i - TC_i)\cdot(TN_i - TE_i)} \end{aligned} \tag{14}$$

Indirektni troškovi se odnose na ukupno vrijeme trajanja faze izvođenja projekta t_{pr}. Relacija indirektni troškovi – ukupno vrijeme, kako je to prikazano na slici 2., nelinearna je i može se, kao i u prethodnom slučaju, izvršiti linearizacija tako da je

$$CI\left(t_{pr}\right)=CIC_i+\frac{CIN-CIC}{TN-TC}\left(t_{pr}-TC\right)$$

gdje su TN i TC vremena završetka faze izvođenja projekta s normalnim i usiljenim trajanjima aktivnosti, a CIN i CIC indirektni troškovi faze izvođenja projekta koji odgovaraju vremenima TN i TC.



Slika 2. Veza trajanja faze izvođenja projekta i indirektnih troškova

Indirektni troškovi se u vremenu t_{pr} mogu, kao i direktni, izraziti u obliku kvadratne funkcije u zavisnosti od troškova CIC, CIE i CIN, kako je to prikazano na slici 2.

$$CI\left(t_{pr}\right)=CIC\cdot LC\left(t_{pr}\right)+CIE\cdot LE\left(t_{pr}\right)+CDN\cdot LN\left(t_{pr}\right) \qquad (15)$$

Ovdje se Lagrangeovi kvocijenti LC, LE i LN izračunavaju prema izrazima (14), samo se umjesto vremena TC_i, TE_i i TN_i, kao i vremena t_i koja se odnose na pojedine aktivnosti, računa s vremenima TC, TE, TN i t_{pr} koja se odnose na fazu izvođenja projekta. Ukupni troškovi završetka faze izvođenja projekta u vremenu t_{pr} su

$$CU\left(\mathbf{t},t_{pr}\right)=CD\left(\mathbf{t}\right)+CI\left(t_{pr}\right) \qquad (16)$$

gdje su $CD(\mathbf{t})$ direktni, a $CI(t_{pr})$ indirektni troškovi.

Ukupni direktni troškovi za fazu izvođenja projekta, koja sadrži n_a aktivnosti, su

$$CD\left(\mathbf{t}\right)=\sum_{i=1}^{n_a}CD_i\left(t_i\right) \qquad (17)$$

gdje je vektor $\boldsymbol{t}=[t_1, t_2, ..., t_{na}]$.
Da bi se odredilo optimalno trajanje aktivnosti i faze izvođenja projekta, treba izračunati najmanju vrijednost ukupnih troškova izraženih funkcijom cilja (16) uz ispunjenje uvjeta ograničenja (2) do (10), tj.

$$z=\min CU\left(\mathbf{t},t_{pr}\right) \qquad (18)$$

Funkcijom cilja (18) i uvjetima ograničenja (2) do (10) definiran je matematički model optimizacije "vrijeme – troškovi" faze izvođenja projekta.

U realnom mrežnom dijagramu broj uvjeta ograničenja je često izrazito velik. U slučaju linearne funkcije cilja problem se može riješiti Simpleks-metodom za linearno programiranje, dok se u slučaju kvadratnih funkcija, kao što je funkcija cilja (18), problem može rješavati primjenom metoda za kvadratno programiranje. Međutim, ovi algoritmi osim stvarnih varijabli t_i zahtijevaju uvođenje dopunskih varijabli, pa njihov broj u simpleks-matrici postaje još veći, tako da te metode nisu preporučljive. Zbog toga mnogi autori primjenjuju prihvatljivije računalne metode koje su spomenute u uvodnom poglavlju. U ovom se radu primjenjuje optimizacija pomoću metode rojeva, koja se prikazuje u sljedećem poglavlju.

3. Određivanje optimalnog vremena i troškova pomoću čestica rojeva

Metoda optimizacije pomoću čestica rojeva (eng. *Particle Swarm Optimization*) ubraja se u evolucijske računalne metode osnovane na populacijama [39]. Ona se može koristiti za optimizaciju kontinuiranih funkcija s ograničenjem i bez ograničenja. Zajedno s metodom optimizacije kolonije mrava (eng. *Ant Colony Optimization*), kolonije pčela (eng. *Bee Colony Optimization*) i stohastičkog difuznog pretraživanja (eng. *Stochastic Difuzion Search*), pripada metodama inteligencije rojeva (eng. *Swarm Inteligency*). Te se metode temelje na socijalno – psihološkim principima. Sustavi inteligencije rojeva sastavljeni su od populacije jednostavnih članova (čestica) koji se nalaze u međusobnim lokalnim interakcijama, i u interakciji sa svojim okruženjem. Oni opažaju i shvaćaju svoje okruženje i mogu poduzimati akcije koje maksimiziraju priliku za njihov uspjeh. Ovakvim sustavima pripadaju rojevi pčela, jata ptica ili riba, krda životinja, grupacije bakterija itd. Metoda je inspirirana nekim sličnostima u ponašanju u prirodi članova rojeva pčela, mrava, te drugih insekata ili jata ptica ili riba u prikupljanju hrane ili cvjetnog nektra sa socijalno – psihološkim ponašanjem ljudi prilikom rješavanja raznih problema. Kada treba donijeti odluku za rješavanje nekog problema u praksi i životu, donositelj odluke razgovara s drugim ljudima, prikuplja informacije, savjete i mišljenja, primijenjuje svoje znanje i iskustvo. On posebno uzima u obzir svoje najuspješnije rješenje tog ili sličnog problema u prošlosti i najuspješnije rješenje drugih ljudi iz svog užeg ili šireg okruženja s kojima se konzultirao i čija je iskustva primijenio. Jata ptica, riba ili rojevi pčela u potrazi za hranom ili prilikom selidbe na druga odredišta prilagođavaju svoje fizičko kretanje i pokazuju pritom jednu vrstu socijalnog ponašanja. Da bi savladale razne prepreke i izbjegle mnoge opasnosti, pomoću svojih čula međusobno razmjenjuju informacije i svaki član roja se upravlja prema položaju ostalih članova, koristeći svoje prethodno "iskustvo" i trenutno najpovoljniji položaj nekog od članova roja, odnosno onog koji vodi roj. Grupe ljudi u svom djelovanju, za razliku od rojeva ili jata, koriste svoje spoznajne i kreativne sposobnosti.
Metoda optimizacije pomoću čestica rojeva "obuhvaća veoma jednostavan koncept, i paradigme mogu biti implementirane

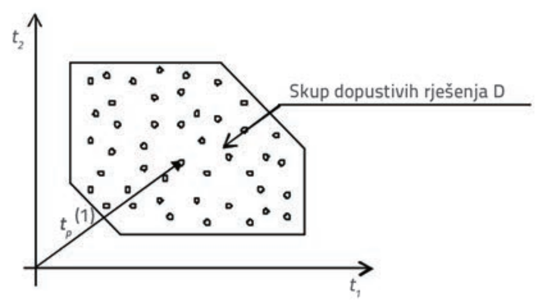
u nekoliko linija računalnih kodova. Ona zahtijeva jednostavne matematičke operatore, a jeftina je u odnosu na memoriju i brzinu" [39]. Ova metoda za rješavanje problema nelinearnog programiranja, odnosno optimizacije, kako će se vidjeti u daljnjem izlaganju, matematički i algoritamski je vrlo jednostavna i daje u mnogim slučajevima rezultate velike točnosti. Zbog toga ima određene prednosti za rješavanje većeg broja problema u odnosu na neke druge složenije heurističke metode, kao što su genetski algoritmi (eng. *genetic algorithms*), evolucijske strategije (eng. *evolutive strategies*), algoritam simuliranog kaljenja (eng. *algorithm of simulated annealing*) i dr., kao i u odnosu na klasične numeričke metode koje su zasnovane na teoriji matematičkog programiranja i uvjetima optimalnosti Korusha – Kuhna – Tuckera. Glavna prednost ove metode u odnosu na metodu genetskih algoritama i druge evolucijske metode jest laka implementacija, jer u njoj postoji samo nekoliko parametara koje treba prilagođavati u iterativnom procesu optimizacije [40].

U ovoj metodi simuliraju se početna rješenja primjenom Monte Carlo simulacija i ta se rješenja poboljšavaju u simulacijama u sljedećim iteracijama dok se ne dobije optimalno rješenje. Zbog toga se ona ubraja u stohastičke i heurističke metode. Metoda se konceptualno nalazi između genetskih algoritama i evolucijskog programiranja i veoma ovisi o stohastičkim procesima, odnosno Monte Carlo simulaciji, jer se simuliraju ne samo početna rješenja nego i njihove promjene tijekom iterativnog procesa optimizacije [39].

U problemu optimizacije "troškovi – vrijeme" treba odrediti optimalne vrijednosti trajanja izvršenja aktivnosti t_i i faze izvođenja projekta t_{pr}, tako da se dobiju minimalne vrijednosti funkcije cilja z, koja predstavlja ukupne troškove faze izvođenja projekta $CU(\mathbf{t},t_{pr})$ (18), koja se zbog (18) može prikazati u obliku

$$z = \min CU(\mathbf{t}) = \min f(\mathbf{t}), \quad \mathbf{t} = [t_1, t_2, \ldots, t_{na}], \quad \mathbf{t} \in R^{na} \tag{19}$$

uz ispunjenje uvjeta ograničenja od (2) do (10). Ta ograničenja određuju skup dopustivih rješenja *D*. Postupak optimizacije se provodi iterativno.



Slika 3. Simulirana početna rješenja

U prvoj iteraciji, koja se naziva inicijalizacija, u skupu dopustivih rješenja *D* simuliraju se metodom Monte Carlo, kako je to prikazano na slici 3., vektori $\boldsymbol{t}_p^{(1)}$ koji predstavljaju vrste (redove) matrice $\mathbf{T}^{(1)} = [t_{p,i}^{(1)}]$, $i = 1, 2, \ldots, n_p$ u euklidskom prostoru R^{na}. Oni označavaju početne vektore položaja članova roja kojih ima n_p u skupu *D* u kojem se kreću, čije su komponente, u skladu s uvjetom ograničenja (2)

$$t_{i,p}^{(1)} = TC_i + (TN_i - TC_i)\cdot(rnd) \quad i = 1,2,\ldots,n_a;\ p = 1,2,\ldots,n_p,\ 0 < (rnd) < 1 \tag{20}$$

gdje je (*rnd*) simulirani slučajni broj ujednačene raspodjele, n_a broj aktivnosti, a n_p je broj članova roja.

Ovi izrazi potvrđuju ispunjenost uvjeta ograničenja (2) u prvoj iteraciji. Za simulirana vremena $t_{i,p}^{(k)}$, $k = 1, 2, \ldots$ u ovoj i sljedećim iteracijama k primjenom metode kritičnog puta (MKP) odredit će se najraniji $EF_{i,p}^{(k)}$ i najkasniji $LF_{i,p}^{(k)}$ završeci aktivnosti A_i ($i = 1,2,\ldots,n_a$) i trajanje faze izvođenja projekta $t_{pr}^{(k)}$. Time su ispunjeni i ostali uvjeti ograničenja, jer se izračunavanje trajanja temelji na formulama metode kritičnog puta (6), (7) i (8).

Za dobivena trajanja faze izvođenja projekta $t_{pr,p}^{(k)}$ ($p = 1, 2, \ldots, n_p$) određuju se prema formulama (13) do (17) direktni, indirektni troškovi i ukupni troškovi, koji predstavljaju funkcije cilja $f_p^{(1)} = f(\boldsymbol{t}_p^{(1)})$. Između simuliranih vektora $\boldsymbol{t}_p^{(1)}$ bira se onaj za koji funkcija cilja $f_p^{(1)}$ ima najmanju vrijednost i taj vektor predstavlja najbolje globalno rješenje $\mathbf{t}_g^{(1)}$ u prvoj iteraciji, za koje vrijedi

$$\min f_p^{(1)} = z^{(1)} = f\left(\mathbf{t}_g^{(1)}\right) \tag{21}$$

U nekoj sljedećoj iteraciji $k = 2, 3, 4, \ldots$ za poznati vektor položaja $\boldsymbol{t}_p^{(k-1)}$ određuje se, kako je to prikazano na slici 4, vektor položaja člana roja $\boldsymbol{t}_p^{(k)}$ prema izrazu

$$\mathbf{t}_p^{(k)} = \mathbf{t}_p^{(k-1)} + \mathbf{v}_p^{(k-1)};\ k = 2,3,\ldots;\ p = 1,2,\ldots,n_p \tag{22}$$

gdje je $\boldsymbol{v}_p^{(k-1)}$ promjena vektora položaja člana roja p poslije iteracije k-1. Ovaj vektor se naziva i vektor brzine i izračunava se prema formuli

$$\mathbf{v}_p^{(k-1)} = \omega\mathbf{v}_p^{(k-2)} + \phi_1\left[\mathbf{t}_{l,p}^{(k-1)} - \mathbf{t}_p^{(k-1)}\right]\cdot(rnd) + \phi_2\left[\mathbf{t}_g^{(k-1)} - \mathbf{t}_p^{(k-1)}\right]\cdot(rnd); \quad 0 < rnd < 1 \tag{23}$$

gdje je $\boldsymbol{t}_{l,p}^{(k-1)}$ najbolji položaj člana (čestice) roja p kojem odgovara najmanja vrijednost funkcije cilja u prethodnim iteracijama 1,2,... k-1. Ovaj vektor, odnosno komponenta naziva se *komponenta podataka* i njome se unosi u račun podatak o najboljem položaju svakog člana roja u prošlosti.

$\boldsymbol{t}_g^{(k-1)}$ je vektor položaja onog člana (čestice) roja p za koji funkcija cilja u iteraciji k-1 ima najmanju vrijednost $f(\boldsymbol{t}_p^{(k-1)})$. Ovaj vektor naziva se i *socijalni vektor* ili *socijalna komponenta*, kojom se uzima u obzir najbolji trenutačni položaj navedenog člana roja.

Faktor ω je *faktor inercije* [41] i ima vrijednost ω ≤ 1. Često se uzima ω = 0,9 i on utječe na smanjenje vektora promjene brzine u idućim iteracijama. Preporučuje se računanje s vrijednostima 0,7 ili 0,8 te na početku iterativnog procesa preporučuje se uzeti veću vrijednost faktora inercije da bi pretraživanje globalnog rješenja bilo efikasnije [33].

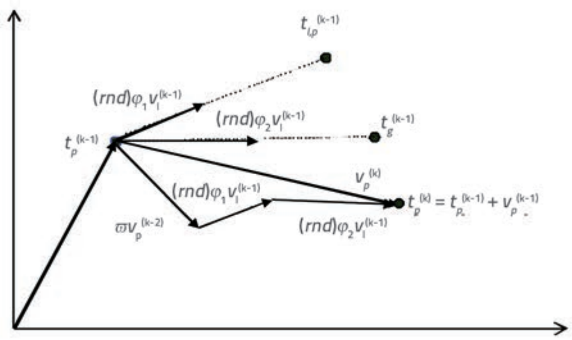
Faktori φ_1 i φ_2 se nazivaju *faktori učenja* (*learning factors*) i njima se određuje relativni utjecaj komponente podatka o najboljem položaju svake čestice p roja $\boldsymbol{t}_{l,p}^{(k-1)}$ i tzv. *socijalne komponente* $\mathbf{t}_g^{(k-1)}$

na položaj $\mathbf{t}_p^{(k)}$ člana roja p u sljedećoj iteraciji k. Ovi koeficijenti su $\varphi_1 \approx 2$, $\varphi_2 \approx 2$.

(rnd) je slučajni broj ujednačene raspodjele i svaki put se simulira u gornjem izrazu druga vrijednost.

Da bi se spriječilo prebrzo kretanje nekih čestica u prostoru dopustivih rješenja, što može dovesti do divergencije procesa optimizacije, predlaže se ograničenje brzine [42], tako da maksimalna apsolutna vrijednost komponente brzine u iteraciji k bude manja ili jednaka nekoj propisanoj maksimalnoj brzini v_{max}, tj.

$$\max\left|v_{j,p}^{(k)}\right| \le v_{\max}; \quad p=1,2,\ldots,n_p; \quad k=2,3,\ldots \tag{24}$$



Slika 4. Određivanje novog vektora položaja t$_p$(*k*) čestice roja *p*

U literaturi neki autori preporučuju da ona bude 10 % od maksimalne vrijednosti d_j

$$d_j = \max t_j - \min t_j; \quad j=1,2,\ldots,n \tag{25}$$

Radi ograničavanja brzine i sprječavanja divergencije ili tzv. "eksplozije" procesa, uvodi se *faktor suženja* (*constriction factor*) K, koji se izračunava prema sljedećem izrazu [43]

$$K=\frac{2}{\left|2-\phi-\sqrt{\phi^2-4\phi}\right|}, \qquad \phi=\phi_1+\phi_2\ge 4 \tag{26}$$

Ovim faktorom se utječe na smanjenje promjene položaja odnosno brzine čestice roja u sljedećim iteracijama, tako da se ona izračunava prema izrazu:

$$\mathbf{v}_p^{(k-1)} = K\left\{\mathbf{v}_p^{(k-2)} + \phi_1\left[\mathbf{t}_{l,p}^{(k-1)} - \mathbf{t}_p^{(k-1)}\right]\cdot(rnd) + \phi_2\left[\mathbf{t}_g^{(k-1)} - \mathbf{t}_p^{(k-1)}\right]\cdot(rnd)\right\} \tag{27}$$

Vektor $\boldsymbol{t}_{l,p}^{(k)}$, kojem odgovara "najbolja" minimalna vrijednost funkcije cilja za česticu roja p u svim prethodnim iteracijama, uključujući i iteraciju k, izračunava se uspoređivanjem funkcija cilja za taj član u dvije susjedne iteracije k-1 i k na sljedeći način:

$$\mathbf{t}_{l,p}^{(k)} = \mathbf{t}_{l,p}^{(k-1)} \text{ za } f_p^{(k)} > f_p^{(k-1)}, \; \mathbf{t}_{l,p}^{(k)} = \mathbf{t}_{l,p}^{(k)} \text{ za } f_p^{(k)} < f_p^{(k-1)} \tag{28}$$

$p = 1, 2, \ldots, n_p$, $k = 2, 3, 4, \ldots$

U prvoj iteraciji $k = 1$ su $\boldsymbol{t}_{l,p}^{(k)} = \boldsymbol{t}_g^{(1)}$ i $\boldsymbol{v}_p^{(1)} = 0$, $p = 1,2,\ldots,n_p$.

Parametri φ_1 i φ_2, prema izrazima (26) i (27) utječu na vektore brzina $\mathbf{v}_p^{(k)}$, odnosno promjenu položaja člana (čestice) roja p, tj. na njegovu trajektoriju kretanja u euklidskom prostoru R^{na}. Ako su ovi parametri bliski nuli, trajektorije kretanja teže glatkim krivim linijama [39], jer su promjene u iteracijama male. Trajektorije poslije više iteracija se kreću prema najboljim pozicijama, odnosno rješenjima. Faktor inercije i maksimalne vrijednosti parametara φ_1 i φ_2 nisu nezavisni [43] i predlaže se da se uzimaju parovi njihovih vrijednosti $\omega = 0{,}7$, max φ_1 = max φ_2 = 1,47 ili $\omega = 0{,}8$, max φ_1 = max φ_2 = 1,62.

Kada se odrede komponente $t_{i,p}^{(k)}$ (i = 1, 2, ..., n_a) vektora $\mathbf{t}_p$, provjerava se da li oni zadovoljavaju uvjete ograničenja (2). Ako je $t_{i,p}^{(k)} < TC_i$ treba staviti da je $t_{i,p}^{(k)} = TC_i$, a ako je $t_{i,p}^{(k)} > TN_i$, treba staviti da je $t_{i,p}^{(k)} = TN_i$. S ovim trajanjima aktivnosti u iteraciji k izračunavaju se, primjenom metode kritičnog puta, najraniji i najkasniji završeci aktivnosti i trajanje faze izvođenja projekta $t_{pr,p}^{(k)}$, direktni, indirektni troškovi i funkcija cilja za svaki član roja i u svakoj iteraciji k = 1,2,3,...

$$f_p^{(k)} = f\left(\mathbf{t}_p^{(k)}\right), \; p=1,2,\ldots,n_p \tag{29}$$

Ako je izračunano trajanje izvođenja projekta $t_{pr,p}^{(k)}$ za česticu p u iteraciji k veće od ugovorenog trajanja izvođenja projekta t_{ug}, tj. $t_{pr,p}^{(k)} > t_{ug}$, onda nije ispunjen važan uvjet ograničenja (5). U tom slučaju treba za ovu česticu p, odnosno takvo trajanje izvođenja projekta, staviti da ukupni troškovi imaju neki veoma veliki iznos. Na taj način se ova čestica p isključuje iz daljnje procedure, jer ne može ispuniti sljedeći uvjet za izbor vektora $t_g^{(k)}$. Poslije toga se u svakoj iteraciji između ovih vrijednosti određuje ona koja je minimalna

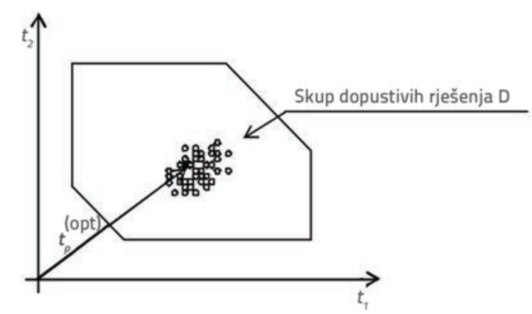
$$z^{(k)} = \min f\left(\mathbf{t}_p^{(k)}\right) = f\left(\mathbf{t}_g^{(k)}\right), \; k=1,2,\ldots \tag{30}$$

i vektor $t_{pr,p}^{(k)}$ koji odgovara toj iteraciji. Vektoru $t_{l,p}^{(k)}$ odgovara "najbolja" minimalna vrijednost funkcije cilja za član roja p u svim prethodnim iteracijama uključujući i iteraciju k i izračunava se uspoređivanjem funkcija cilja za taj član u dvije susjedne iteracije k-1 i k.

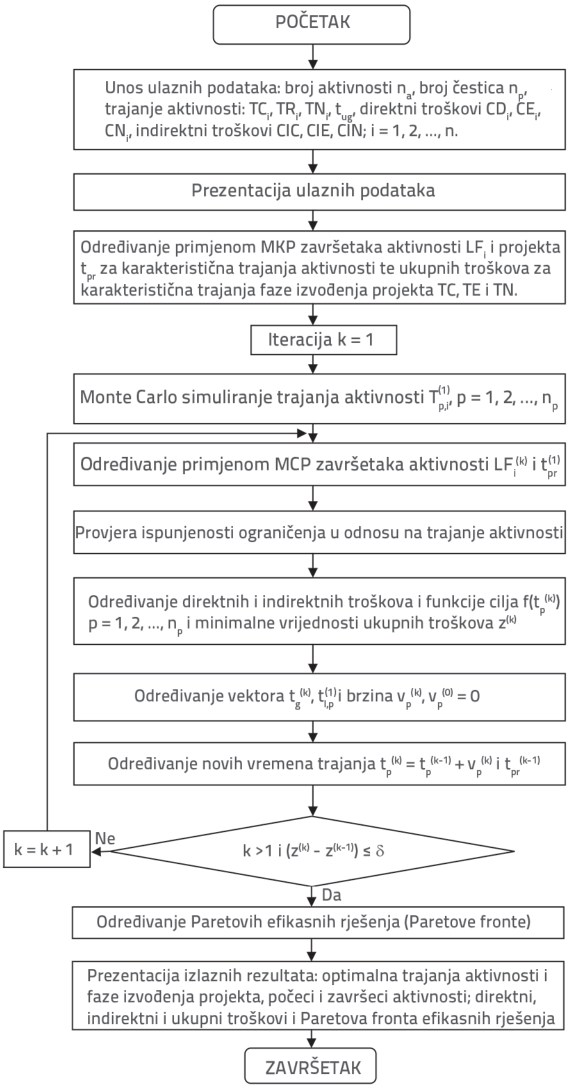
Postupak se ponavlja sve dok apsolutna vrijednost razlike minimalnih vrijednosti funkcije cilja u dvije uzastopne iteracije ne postane zanemarljiva.

$$\left|z^{(k)}-z^{(k-1)}\right| \le \delta \tag{31}$$

gdje je δ neki unaprijed izabrani mali broj u ovisnosti o točnosti rješenja koje se želi postići.



Slika 5. Optimalno rješenje

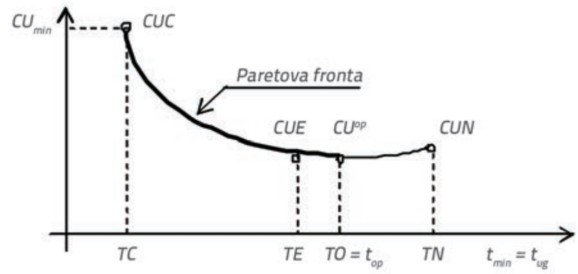


Slika 6. Algoritam procesa optimizacije primjenom članova roja

Ovako dobiveno rješenje trajanja izvršenja aktivnosti $t^{op} = [t_1^{op}, t_2^{op}, ..., t_{na}^{op}]$ i faze izvođenja projekta t_{pr}^{op}, te odgovarajućih direktnih $CD(t_{pr}^{op})$, indirektnih $CI(t_{pr}^{op})$ i ukupnih troškova $CU(t_{pr}^{op})$ prihvaća se za optimalno rješenje. Položaj čestica roja koji odgovara optimalnom rješenju prikazan je na slici 5. Algoritam izložene procedure prikazan je na slici 6.
Autori ovog rada razvili su na temelju ove procedure odgovarajući program OPTCOST_PSW u programskom sustavu MATLAB.

4. Paretova fronta: vrijeme – troškovi

Ako se u intervalu najkraćeg i normalnog vremena izvođenja projekta [*TC*, *TN*] za ograničenje (5) mijenja vrijednost t_{ug}, tako da ona predstavlja najkraće (minimalno) vrijeme za koje fazu izvođenja projekta treba završiti, i ako se primjenjujući ovu metodu optimizacije za svaku tu vrijednost izračunaju minimalni ukupni troškovi $CU(t_{ug})$ faze izvođenja projekta, onda se dobiva funkcija zavisnosti CU_{min} od $t_{ug} = t_{min}$, koja je prikazana krivuljom na slici 7. Točke čije su koordinate (t_{min}, CU_{min}) nalaze se na toj krivulji.



Slika 7. Paretova fronta nedominantnih (efikasnih) rješenja

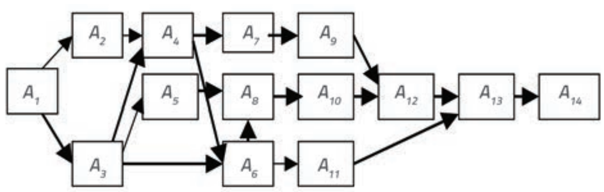
Ako se sa stajališta višekriterijske optimizacije ukupni troškovi CU_{min} shvate kao jedan kriterij, a najkraće vrijeme izvođenja projekta t_{min} kao drugi kriterij, onda ova krivulja minimalno vrijeme – minimalni troškovi predstavlja nad intervalom [*TC*, *TO*] *Paretovu frontu*, koju čine nedominantna (efikasna) rješenja dvokriterijske optimizacije. Karakteristika je tih rješenja je da u slučaju povećanja minimalnog vremena t_{min} dolazi do smanjenja ukupnih troškovi CU_{min}, i obratno, ako se vrijeme t_{min} smanjuje, ukupni minimalni troškovi CU_{min} se povećavaju. Točke na krivulji nad intervalom vremena (TO, TN] nisu točke Paretove fronte jer se s povećanjem vremena t_{min} povećavaju ukupni troškovi CU_{min}. Ova krivulja je važna za donositelje odluka, kako investitora tako i izvođača, jer se na njoj prilikom ugovaranja izvođenja projekta mogu pratiti promjene troškova u ovisnosti o vremenu.

5. Mjere primjene

Za planiranje i kontrolu izvođenja građevinskog projekta treba formirati odgovarajući tim sastavljen od specijalista koji osim tehnika planiranja, poznaju dobro tehnologije izvođenja radova te financijske i organizacijske probleme građenja. Takav tim treba napraviti realni plan na bazi mrežnog dijagrama izvođenja projekta u skladu s projektiranim vrstama radova, uvjetima u kojima će se oni izvoditi, potrebnim i raspoloživim ljudskim, financijskim i materijalnim resursima, te raspoloživim vremenom. Primjenom odgovarajućeg informacijskog sustava, normativa o utrošcima radne snage, materijala, mehanizacije i novca, te iskustava u realizaciji prijašnjih projekata, nužno je odrediti karakteristična vremena trajanja aktivnosti i izvođenja projekta i njima odgovarajuće direktne i indirektne troškove. Osim ovih ulaznih podataka, u računalni program unose se i podaci o međusobnim relacijama aktivnosti u mrežnom dijagramu. Obradom ulaznih podataka primjenom programa na bazi ove metode, dobivaju se optimalna trajanja aktivnosti i faze izvođenja projekta i odgovarajući minimalni troškovi. Potrebno je proanalizirati dobivene izlazne rezultate sa stajališta njihove točnosti i primjenjivosti. Uoče li se neki pogrešni i nerealni rezultati, treba provjeriti ulazne podatke, izvršiti njihovu izmjenu i dobiti nova rješenja koja iznova podliježu provjeri. Preporučuje se varijacija ulaznih podataka nekih aktivnosti o njihovim troškovima i trajanjima u određenim intervalima i prihvaćanje onih vremena koja na osnovi rezultata obrade najviše odgovaraju. Ukupni troškovi faze izvođenja projekta ne odstupaju mnogo od minimalnih (optimalnih) troškova u jednom širem intervalu vremena, što je vrlo povoljno za planiranje izvođenja projekta, jer se sva vremena iz tog intervala mogu prihvatiti kao optimalna. Primjena ovih metoda optimizacije se preporučuje za globalne mrežne planove s manjim brojem (do stotinjak), po sadržaju krupnijih aktivnosti, na osnovi kojih će se dalje raditi detaljni planovi. Ovako dobiveni podaci o optimalnim trajanjima aktivnosti i projekta mogu, dalje, poslužiti kao ulazni podaci za kompleksne računalne programske pakete, kao što su MS PROJECT, PRIMAVERA i drugi.

6. Primjer

Na slici 8. prikazan je mrežni plan sa 14 aktivnosti izgradnje jednog malog objekta – benzinske postaje [44]. U ovom radu je optimizacija izvršena primjenom ovdje prikazane metode čestica rojeva. Popis aktivnosti je prikazan u tablici 1., a karakteristična trajanja aktivnosti i troškovi su prikazani u tablici 2.



Slika 8. Mrežni plan

Tablica 1. Popis aktivnosti

Aktivnost A_i	Naziv aktivnosti
1	otvaranje i uređenje gradilišta
2	nabava materijala
3	izvedba zemljanih radova
4	izvedba grubih građevinskih radova
5	nabava opreme (cisterni i crpki)
6	izvedba donjeg ustroja priključne ceste
7	izvedba montažnih radova
8	ukopavanje cisterni
9	izvedba pokrivačkih radova
10	zidanje cisterni
11	izvedba kolnika na priključnoj cesti
12	montaža crpkii i cisterni
13	završni radovi
14	tehnički pregled i probni rad

Tablica 2. Karakteristična trajanja i troškovi aktivnosti

A_i	TC_i [dana]	TE_i [dana]	TN_i [dana]	CDC_i [EUR]	CDE_i [EUR]	CDN_i [EUR]
1	4	6	9	18,000	12,500	8,000
2	2	3	5	10,000	6,400	4,500
3	2	4	6	12,600	8,600	5,000
4	7	10	15	30,000	20,000	14,000
5	4	6	9	18,000	12,000	8,000
6	1	2	3	6,200	4,000	2,000
7	2	3	5	10,800	6,800	4,000
8	2	4	7	14,000	8,000	4,000
9	4	6	9	18,200	13,000	8,700
10	2	3	5	11,000	6,400	4,000
11	3	5	7	14,300	10,000	6,100
12	2	4	7	8,400	8,400	4,800
13	1	2	4	2,000	2,000	1,500
14	1	2	3	1,000	1,000	500

Za ove je ulazne podatke primjenom MKP dobiveno: najkraće vrijeme TC = 23 dana, konvencionalno vrijeme TE = 37 dana i normalno vrijeme TN = 59 dana završetka izvođenja projekta. Za ova vremena indirektni troškovi iznose (ulazni podaci): CIC = 15.000 EUR, CIE = 24.500 EUR i CIN=56.500 EUR.
Ugovoreno vrijeme za izvršenje radova je t_{ug} = 55 dana.
Primjenom računalnog programa COSTOPT_PSW, dobiveni su sljedeći rezultati:

- optimalna trajanja aktivnosti u danima
  $\mathbf{t}^{op}$ = [8, 5, 6, 12, 9, 3, 5, 7,9, 4, 7, 5, 2, 1]

- optimalna najranija vremena završetka aktivnosti
  EF^{op} = [8,13, 14, 26, 23, 29, 31, 36, 40, 40, 36, 45, 47, 48]

- optimalna najkasnija vremena završetaka aktivnosti
  LF^{op} = [8, 14, 14, 26, 29 ,29, 31, 36, 40, 40, 45, 45, 47, 48]

- optimalno trajanje izvođenja projekta je t_{pr}^{op} = 48 dana
- na kritičnim putovima su sve aktivnosti, osim aktivnosti A_2, A_5 i A_{11}
- broj čestica roja n_p = 50, broj iteracija n_{it} = 14
- optimalni troškovi izvođenja projekta su:
  - direktni troškovi CD^{op} = 81.847 EUR,
  - indirektni troškovi CI^{op} = 37.892 EUR,
  - ukupni troškovi CU^{op} =119.739 EUR.

Isti rezultati su dobiveni i primjenom metode genetskih algoritama.
Za neke karakteristične vrijednosti minimalnih (ugovorenih) vremena izgradnje objekta prikazani su u tablici 3. minimalni ukupni troškovi te izgradnje, koja prestavljaju točke Pareto fronta efikasnih rješenja (slika 7.).

Tablica 3. Točke Paretove fronte

t_{min} [dana]	CU_{min} [EUR]
23	184.000
30	150.910
35	136.009
37	129.313
45	120.769
48	**119.739**
59	131.600

Posljednja točka (59;131.600) nije optimalna s obzirom na Paretovu frontu.

Autori su ovdje izloženu metodu optimizacije i računalni program testirali na još dva primjera optimizacije vremena i troškova. U navedenim primjerima optimizacija je izvršena primjenom Fondahlove heurističke metode [38], odnosno metodom genetskih algoritama [25]. U oba testirana slučaja rezultati dobiveni metodom čestica rojeva dobro se slažu s rezultatima koji su, za iste ulazne podatke o trajanjima aktivnosti i troškovima, dobiveni u [25, 38].

7. Zaključak

Metoda optimizacije pomoću čestica rojeva se može uspješno upotrijebiti za optimizaciju izvođenja građevinskih projekata. Autori su tu metodu prilagodili za rješavanje ovih problema, uzimajući u obzir troškove projekta te trajanja i relacije između aktivnosti u mrežnom dijagramu aktivnosti (PMD). Razvili su i odgovarajući računalni program. Nelinearna ovisnost troškova o vremenu izvršenja projekta i njegovih aktivnosti, koja je ovdje primijenjena, daje znatno realnije rezultate od linearne ovisnosti, koja je primjenjivana u početnim etapama razvoja i primjene metoda optimizacije vremena i troškova izvođenja projekta. Predložena procedura, s obzirom na jednostavnost i veliku točnost, daje dobre rezultate i ima više prednosti u odnosu na metode zasnovane na primjeni simpleksnog algoritma linearnog programiranja i drugih klasičnih metoda matematičkog programiranja. Ova metoda ima prednosti i nad evolucijskim metodama: genetskim algoritmima, evolucijskim strategijama i ostalim metodama matematičkog programiranja, jer omogućava lakšu izradu računalnih programa i daje rezultate zadovoljavajuće točnosti. Primjena ove metode se preporučuje za optimizaciju globalnih mrežnih planova izvođenja s manjim brojem, po sadržaju, krupnijih aktivnosti. Autori su primjenom svojih računalnih programa, na primjerima iz literature i svojim primjerima, uspoređivali rezultate dobivene ovdje izloženom metodom i primjenom genetskih algoritama i heurističkim metodama Fondahla i Trbojevića te dobili slične rezultate velike točnosti.

LITERATURA

[1] Clark, W.: *Gantove karte* (prijevod sa engleskog na hrvatski jezik), Privrednik, Zagreb, 1962.

[2] Keeley, J. E.: Critical Path Planning and Scheduling: Mathematical Basis, Operational Research, 9 (1961) 3, pp. 296-320.

[3] Fulkerson, D. R.: A Network Flow Computation for Project Cost Curves, *Management Science* , 7 (1961) 2, pp. 167-179.

[4] Meyer, W. L., Shaffer, L. R.: *Extensions of the Critical Path Method Through the Applications of Integer Programming, Civil Engineering Construction Research Series, 2*, University of Illinois, Urbana, Ill, 1963.

[5] Fondahl, J. W.: *A Non-Computer Approach to the Critical Path Method for the Construction Industry, Technical Report 9*, Department of Civil Engineering, Stanford University, Stanford, Ca, 1961.

[6] Trbojević, B.: *Optimizacije u građevinarstvu*, doktorska disertacija, Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu, 1977.

[7] Trbojević, B.: Optimalizacija roka građenja, *Izgradnja*, XXXIII (1979) 7, pp. 32-42.

[8] Trbojević, B.: Iznalaženje ekonomičnog roka izgradnje, *Izgradnja*, XVIII (1964) 9, pp. 1-8.

[9] Praščević, Ž.: Optimizacija ciklogramskog plana, *Izgradnja*, XXIX (1975), pp. 25-32.

[10] Lukić, Č.: Primena elektronskih računara na planiranju izgradnje velikih objekata, *Izgradnja* XXXVI (1975) 12, pp. 40-44.

[11] Klepac, J.: *Organizacija građenja*, Građevinski institut, Zagreb, 1989.

[12] Lončarić, R., Klepac, J., Simović, V., Škomrlj, J., Trbojević, B.: *Optimizacija izgradnje privrednih objekata*, Građevinski institut, Zagreb, 1986.

[13] Petrić, J.: *Matematičke metode planiranja i upravljanja*, Informator, Zagreb, 1968.

[14] Hendrickson, C., Au, T.: *Project Management for Construction*, Prentice Hall, New Jersey, 1989.

[15] Đuranović, P.: *Projektovanje organizacije građenja*, Građevinski fakultet i KPZ, Podgorica, 1995.

[16] Radujković, M. i suradnici: *Planiranje i kontrola projekata*, Sveučilište u Zagrebu, 2012.

[17] Ivković, B., Popović, Ž.: *Upravljanje projektima u građevinarstvu*, Građevinska knjiga , Beograd, 2006.

[18] Moder, J. J., Philips, C. R., Davis, E. W.: *Project management with CPM, PERT and precedence diagramming*, Van Nonstrand Reinhold Co., New York, 1970.

[19] Radujković, M.: *Optimalizacija troškova i vremena pod utjecajem rizika i ograničenja resursa*, doktorska dizertacija, Građevinski fakultet Sveučilišta u Zagrebu, 1993.

[20] Vidaković, D.: *Planiranje i kontrola resursa kod građevinskih projekata*, Magistarski rad, Građevinski fakultet, Sveučilište J. J. Strossmayera, Osijek, 2003.

[21] Vidaković, D.: *Optimalizacija vremenskih planova za građevinske projekte, Projektno upravljanje organizacijom – novi pristupi (urednik P. Jovanović)*, Udruženje za upravljanje projektima Srbije i Crne Gore, 333-337, 2006.

[22] Chung-Wei F. Liu, L., Scott, A. B.: Stochastic Construction Time-Cost Trade-off Analysis, *Journal of Computing in Civil Engineering*, ASCE, 126 (2000), pp. 118-126.

[23] Zheng, D. X. M., Tomas Ng, S., Kumaraswamy, M.M.: Applying a genetic Agorithm-Based Multiobjective Approach for Time-Cost Optimization, *Journal of Construction Engineering and Management*, ASCE, 130, (2004), 168-176.

[24] Mokhatari, H., Baradaran Kazemzadeh, R.: Time-Cost Tradeoff Analysis in Project Management: An Ant Approach, Engeneering Management, *IEEE Transactions*, 58 (2003), pp. 36-43.

[25] Praščević, N.: *Informacioni sistem za planiranje i praćenje realizacije projekata u građevinarstvu,* doktorska disertacija, Građevinski fakultet Univerziteta u Beogradu, Beograd, 2004.

[26] Praščević, N., Praščević, Ž.: Time-Cost optimization of a construction project by genetic algorithm, *International Scientific Conference, People, Building and Envinronment*, (2), Lednice, pp. 359-356, 2012.

[27] Ćirović, G., Mitrović, S.: Evolucioni algoritmi u optimizaciji mrežnih planova, *Izgradnja*, LXI (2007) 5-6, pp. 171-177.

[28] Metwally El-kholy, A.: Time-cost tradeof analysis considering funding variability and time uncertainty, *Alexandria Engineering Journal*, 52 (2013), 113-121.

[29] Bouleimen, K., Lecock, H.: A new efficient simulated anneling algorithm for the resource-constrined scheduling problem and its multiple mode version, *Eurpean Journal of Operational Research*, 149 (2003), pp. 268-281.

[30] Rogalska, M., Bozejko, W., Hejducki, Z.: Time/Cost optimization using hybrid evolutionary algorithm in construction project scheduling, *Automation in Construction*, 18 (2008), 24-31.

[31] Ipsilandis, P. G.: Multiobjective Linear Programming Model for Scheduling Linear Repetitive Projects, *Journal of Construction Engineering and Management*, ASCE, 133 (2007), 417-424.

[32] Leu, S-S., Hwang, S-T.: Optimal Repetitive Scheduling Model with Shareable Resource Constraint, *Journal of Construction Engineering and Management*, 127 (2001), 270-281.

[33] Yang, T.: Using Elitist Swarm Optimization to Facilitate Bicriterion Time-Cost Trade-Off Analysis, *Journal of Construction Engineering and Management*, ASCE, 133 (2007), 498-506.

[34] Marenjak, S., El-Harram, M. A., Horrner, R. M. W.: Procjena ukupnih troškova projekata u visokogradnji, *Građevinar* 59 (2007) 6, pp. 485-493.

[35] Hugazi, T.: Optimization of construction time-cost analysis using genetik algorithm, *Canadian Journal of Civil Engineering*, 26 (1999) 6, pp. 685-697.

[36] Nabipoor, E., Roghanian, E., Najafi, A. A., Maziani, M.: A multi-mode resource-constrained time-cost trade off solving using adjusted fuzzy fuzzy dominance genetic algorithm, *Scientia Iranica*, (2013), pp. 931-944.

[37] Ghadousi, P., Esthtehardian, E., Jooybanpoor, S., Javammardi, A.: Multi-mode resource constrained time-cost optimization in project scheduling using non-dominanted sorting genetic algorithm, *Automation in Construction*, 30 (2013), pp. 216-227.

[38] Harris, J. B.: *Precedence and Arrow Networking Techniques for Construction*, Wiley, New York, 1978.

[39] Kennedy, F., Eberhart, R. C.: Particle Swarm Optimization, *International Conference on Neural Networks*, Perh, Australia, pp. 1942-1948, 1995.

[40] Jones, K. O.: Comparison of genetic algorithms and particle sworm optimization for fermentation feed profile determination, *International Conference On Computer Systems and Technologies* III B, pp.1-8, 2006.

[41] Eberhart, R. C., Shi, Y.: Comparison between Genetic Algorithms and Particle Swarm Optimization, *The 7th Annual Conference On Evolutionary Programming* , San Diego, USA, 1998.

[42] Kennedy, J., Eberhart, R. C.: The Particle Swarm: Social Adaptation in Information-Processing Systems (Chapter 25), *New Ideas in Optimization (eds. Corne, D., Dorigo, M., Glover, F.)*, McGraw-Hill Comp., London, pp. 379-389, 2003.

[43] Clerc, M.: *Particle Swarm Optimization*, ISTE, London, 2006.

[44] Trbojević, B.: *Organizacija građevinskih radova*, Naučna knjiga, Beograd, 1992.